تحریر اقلیدس

پہلا مقالہ

جس کو حلقۂ انبالہ کے سابق انسپکٹر مدارس سی آر
گک صاحب بہادر نے دیسی مدارس کی پہلی
جماعت کے لئے انگریزی سے ترجمہ کیا

حسب الایما

جناب ابوالکرم محمد عبد الکریم صاحب برادر ابو رجا محمد عبد القدیر صاحب مرحوم
مالکہ سنٹرل بک ڈپو و مطبع مفید دکن

در سنہ ۱۹ ء

کارپردازوں کے اہتمام سے
مطبع مفید دکن چارکمان حیدرآباد دکن میں چھپا

تعداد جلد (۲۰۰۰)　　قیمت فی جلد ۴/

تحریر اقلیدس

پہلا مقالہ

حدود

۱ نقطہ وہ ہے۔ جس کے جزو نہ ہوں یعنی جس کی کچھ مقدار نہ ہو +

۲ خط صرف طول ہے بغیر عرض کے +

۳ خط کی انتہائیں نقطے ہوتے ہیں +

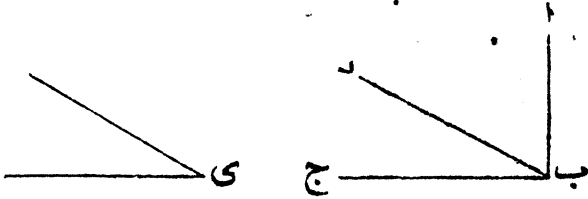
۴ خط مستقیم وہ ہے۔ جو اپنے نقاط حدود کے درمیان یکساں واقع ہو +

۵ سطح وہ ہے جس میں صرف طول اور عرض ہو +

۶ سطح کی انتہائیں خط ہوتے ہیں +

۷ سطح مستوی وہ ہے جس میں کوئی سے دو نقطے فرض کرکے اُن کے درمیان خط مستقیم نکالا جائے۔ تو وہ خط تمامہ سطح مذکور میں واقع ہو +

۸ زاویۂ مسطحہ دو خطوں کا میلان ہے جو باہم ایک سطح پر ملیں مگر سیدھ میں نہ ہوں +

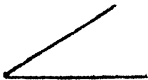
۹ زاویۂ مسطحہ مستقیمتہ الخطین دو مستقیم خطوں کا میلان ہے جو باہم ایک سطح پر ملیں۔ مگر سیدھ میں نہ ہوں ✣

تنبیہ

جب ایک نقطہ ب پر کئی زاویے واقع ہوں۔ تو ان میں سے ہے زاویے کو تین حرفوں سے تعبیر کرتے ہیں اور زاویے کے راس یعنی اُس نقطے پر جہاں زاویۂ مذکور کے دو خطِ محیط ملتے ہیں جو حرف ہوگا۔ وہ باقی دو حرفوں کے درمیان کہا جائیگا اور باقی دو حرفوں میں سے ایک پہلے خطِ مستقیم پر اور دوسرا دوسرے خط پر کسی جگہ واقع ہوگا۔ مثلاً جو زاویہ کہ خطوں اب اور ج ب کے ملنے سے پیدا ہو۔ وہ زاویہ اب ج یا ج ب ا سے نامزد ہوگا۔ اور جو اب اور د ب کے ملنے سے پیدا ہو۔ وہ زاویہ ا ب د یا د ب ا سے تعبیر کیا جائیگا۔ اور جو د ب اور ج ب کے ملنے سے پیدا ہو۔ وہ زاویہ د ب ج یا ج ب د سے موسوم ہوگا۔ لیکن اگر کسی نقطے پر صرف ایک ہی زاویہ ہو تو وہ اُسی حرف سے جو اُس نقطہ پر ہو۔ نامزد ہوگا۔ جیسا کہ زاویہ ی

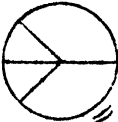
۱۰ جب ایک خطِ مستقیم دوسرے خطِ مستقیم پر قائم ہوکر زوایے

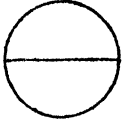
متصلہ باہم برابر پیدا کرے۔ تو اُن میں سے ہر ایک زوائے کو قائمہ کہتے ہیں اور خط مستقیم جو دوسرے خط مستقیم پر قائم ہے عمود کہلاتا ہے ✣

۱۱ زاویۂ منفرجہ وہ ہے جو قائمے سے بڑا ہو ✣

۱۲ زاویۂ حادہ وہ ہے جو قائمے سے چھوٹا ہو ✣

۱۳ حد کسی چیز کی انتہا کو کہتے ہیں ✣

۱۴ شکل وہ ہے جو ایک حد یا کئی حدوں سے گھری ہوئی ہو ✣

۱۵ دائرہ وہ شکل مسطح ہے جو ایک خط سے جسے محیط کہتے ہیں گھری ہوئی ہو۔ اور جس کے اندر ایک ایسا نقطہ ہو کہ جتنے خط مستقیم اس سے محیط تک کھینچے جائیں۔ سب آپس میں برابر ہوں

۱۶ یہ نقطہ دائرے کا مرکز ہے ✣

۱۷ قطر دائرہ ایک خطِ مستقیم ہے جو مرکز پر گزرے اور دو طرف محیط تک پہنچے ✣

۱۸ نصف دائرہ وہ شکل ہے جو قطر اور محیط دائرہ کے اس ٹکڑے سے جس کو قطر مذکور نے قطع کیا ہے۔ گھری ہوئی ہو ٭

19 نصف دائرے کا وہی مرکز ہوتا ہے جو کل دائرے کا ٭

۲۰ اشکال مستقیمۃ الخطوط اُن شکلوں کو کہتے ہیں۔ جو مستقیم خطوں سے گھری ہوئی ہوں ٭

۲۱ ذو ثلاثۃ الاضلاع یا مثلث وہ شکل ہے۔ جو تین مستقیم خطوں سے گھری ہوئی ہو ٭

۲۲ ذو اربعۃ الاضلاع وہ شکل ہے۔ جو چار مستقیم خطوں سے گھری ہوئی ہو ٭

۲۳ کثیر الاضلاع وہ شکل ہے۔ جس کو چار سے زیادہ مستقیم خط گھیریں ٭

۲۴ اشکال ذو ثلاثۃ الاضلاع میں سے مثلث متساوی الاضلاع وہ ہے۔ جس کے تینوں ضلعے برابر ہوں ٭

۲۵ مثلث متساوی الساقین وہ ہے جس کے دو ضلعے برابر ہوں ٭

۲۶ مثلث مختلف الاضلاع وہ ہے جس کے تینوں ضلعے غیر مساوی ہوں ٭

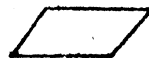
۲۷ مثلث قائم الزاویہ وہ ہے جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو +

۲۸ مثلث منفرج الزاویہ وہ ہے جس کا ایک زاویہ منفرجہ ہو +

۲۹ مثلث حاد الزوایا وہ ہے جس کے تینوں زاوئے حادے ہوں +

۳۰ اشکال ذو اربعۃ الاضلاع میں سے مربع وہ ہے جس کے سب ضلعے برابر اور سب زاوئے قائمے ہوں +

۳۱ مستطیل وہ ہے جس کے سب زاوئے قائمے ہوں ۔ مگر سب ضلعے برابر نہ ہوں +

۳۲ معین وہ ہے جس کے سب ضلعے برابر ہوں ۔ مگر زاوئے قائمے نہ ہوں +

۳۳ شبیہ بالمعین وہ ہے جس کے مقابل کے ضلعے باہم برابر ہوں ۔ مگر نہ سب ضلعے برابر ہوں نہ زاوئے قائمے +

۳۴ ان کے سوا اور سب اشکال ذو اربعۃ الاضلاع منحرف کہلاتی ہیں +

۳۵ خطوطِ مستقیمہ متوازیہ وہ ہیں جو ایک سطح میں واقع ہوں +

اور کتنی ہی دور تک دونو طرف بڑھائے جائیں۔ کبھی آپس میں نہ ملیں ٭

۱۰ سطح متوازی الاضلاع وہ شکل ذو اربعۃ الاضلاع ہے جس کے مقابل کے ضلعے متوازی ہوں اور اُس کا قطر وہ خط مستقیم ہے جو مقابل کے زاویوں میں ملایا جائے ٭

اصول موضوعہ

۱ ہم کو اختیار ہے کہ ایک نقطے سے دوسرے تک ایک خط مستقیم کھینچ لیں ٭

۲ ایک خط مستقیم محدود کو جہاں تک چاہیں۔ سیدھا بڑھالیں ٭

۳ کسی مرکز سے کسی دوری پر دائرہ کھینچ لیں ٭

علوم متعارفہ

۱ جو چیزیں ایک ہی چیز کے مساوی ہوں۔ وہ باہم مساوی ہوتی ہیں ٭

۲ اگر مساوی چیزوں پر مساوی بڑھائیں۔ تو کل بھی مساوی ہونگی ٭

۳ اگر مساوی چیزوں میں سے مساوی گھٹائیں۔ تو باقی بھی مساوی رہینگی ٭

۴ اگر غیر مساوی چیزوں پر مساوی چیزیں زیادہ کریں۔ تو کل بھی غیر مساوی ہونگے ٭

۵. اگر غیر مساوی چیزوں میں سے مساوی چیزیں نکالیں۔ تو باقی بھی غیر مساوی رہینگی ✣

۶ جو چیزیں ایک ہی چیز سے دوچند ہوں۔ وہ باہم مساوی ہوتی ہیں ✣

۷ جو چیزیں ایک ہی چیز سے نصف ہوں۔ وہ باہم مساوی ہوتی ہیں ✣

۸ جو مقداریں ایک دوسری پر منطبق ہوتی ہیں۔ یعنی ایک ہی سطح گھیرتی ہیں۔ وہ آپس میں مساوی ہوتی ہیں ✣

۹ کل اپنے جزو سے بڑا ہوتا ہے ✣

۱۰ دو مستقیم خط سطح کو نہیں گھیر سکتے ✣

۱۱ سب قائمے زاوئے آپس میں مساوی ہوتے ہیں ✣

۱۲ اگر ایک خطِ مستقیم دو مستقیم خطوں پر اس طرح واقع ہو کہ ایک طرف کے دو داخلے زاوئے دو قائموں سے کم پیدا کرے تو بڑھانے سے وہ دونو خط مستقیم اُس طرف جس طرف کے زاوئے دو قائموں سے چھوٹے ہیں۔ مل جائینگے ✣

پہلی شکل۔ سوال

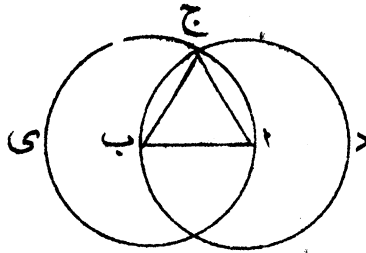
ایک خط مستقیم مفروض محدود پر ایک مثلث متساوی الاضلاع بنا دو

فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم مفروض[1] ہے۔

---

[1] یہاں مفروض خط کی صفت اور مقرر اور معلوم کی جگہہ مستعمل ہے۔ علاوہ بریں لفظ انگریزی کا ٹھیک ترجمہ ہے۔ اور فرض کرنا ایک اور عمل ہے مثلاً دونوں کا ایک ہی مورد نہ سمجھنا چاہئے ✣

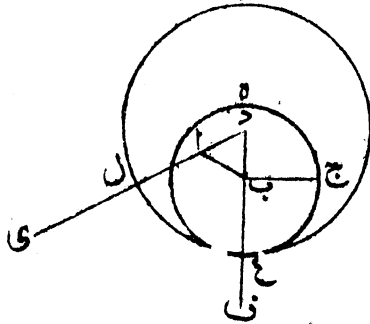
ہم چاہتے ہیں کہ ا ب پر ایک مثلث متساوی الاضلاع بنائیں

ج
ی ب ا د

مرکز ا سے ا ب کی دوری پر دائرہ ب ج د کھینچو (اصل موضوع ۳)
مرکز ب سے ب ا کی دوری پر دائرہ ا ج ی کھینچو
اور نقطہ ج سے جس پر دائرے تقاطع کرتے ہیں خط مستقیم ج ا
اور ج ب نقطوں ا اور ب تک کھینچو (اصل ۱)
تو ا ب ج مثلث متساوی الاضلاع ہوگا
چونکہ نقطہ ا دائرہ ب ج د کا مرکز ہے
اس واسطے ا ج ا ب کے برابر ہے (حد ۱۵)
اور چونکہ نقطہ ب دائرہ ا ج ی کا مرکز ہے
اس لئے ب ج ب ا کے برابر ہے
مگر ا ج ا ب کے برابر ثابت ہو چکا ہے
اس واسطے ا ج اور ب ج دونو ا ب کے برابر ہوئے لیکن جو چیزیں
کہ ایک ہی چیز کے مساوی ہوں وہ آپس میں مساوی ہوتی ہیں
(علم تعارف ۱)
اس واسطے ا ج ب ج کے برابر ہے

پس اب ب ج ج ا تینوں آپس میں برابر ہیں
اس لئے مثلث ا ب ج متساوی الاضلاع ہے جو خط مستقیم مفروض
اب پر بنایا گیا ہے
اور یہی مطلوب تھا۔

دوسری شکل سوال

ایک نقطۂ مفروضہ سے ایک خط
مستقیم مفروض کے برابر ایک اور
خط مستقیم کھینچو۔

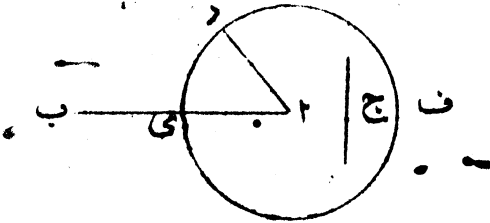
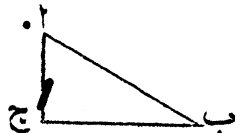
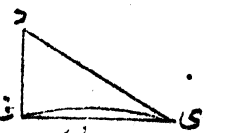
فرض کرو ا نقطۂ مفروضہ ہے اور ب ج خط مستقیم مفروض۔ ہم
چاہتے ہیں کہ نقطہ ا سے ایک خط مستقیم ب ج کے برابر کھینچ لیں

نقطہ ا سے نقطہ ب تک خط مستقیم ا ب کھینچو (اصل ۱)
اور ا ب پر اب د مثلث متساوی الاضلاع بناؤ (مقالہ ا ش ۱)

اور مستقیم خطوں د ا اور د ب کو نقطوں ی اور ف تک بڑھاؤ
(اصل ۲)
مرکز ب سے ب ج کی دوری پر دائرہ ج غ ہ بناؤ (اصل ۳)
اور مرکز د سے د غ کی دوری پر دائرہ غ ق ل بناؤ (اصل ۳)
تو خطِ مستقیم ا ل ب ج کے برابر ہوگا
چونکہ نقطہ ب دائرہ ج غ ہ کا مرکز ہے
اس واسطے ب ج ب غ کے برابر ہے (حد ۱۵)
اور چونکہ نقطہ د دائرہ غ ق ل کا مرکز ہے
اس لئے د ل د غ کے برابر ہے
اور ان کے حصے د ا اور د ب بھی برابر ہیں (م ا ش ۱)
اس واسطے باقی ا ل بھی باقی ب غ کے برابر ہوا (علم ۳)
لیکن ب ج ب غ کے برابر ثابت ہو چکا ہے
اس واسطے ا ل اور ب ج میں سے ہر ایک ب غ کے برابر ہوا اور
جو چیزیں ایک ہی چیز کے مساوی ہوں وہ باہم مساوی ہوتی ہیں
اس واسطے خط مستقیم ا ل ب ج کے برابر ہوا (علم ۱)
پس نقطۂ مفروضہ ا سے خطِ مستقیم ا ل خط مستقیم مفروض ب ج
کے برابر کھینچ گیا
اور یہی مطلوب تھا ۔

تیسری شکل ۔ سوال

دو مفروض مستقیم خطوں میں
جو بڑا ہے اس میں سے ایک

ایسا حصہ قطع کرو جو چھوٹے
کے برابر ہو۔

فرض کرو اب اور ج دو خط مستقیم مفروض ہیں جن میں اب
بڑا ہے
ہم چاہتے ہیں کہ اب میں سے ایک ایسا حصہ قطع کریں جو چھوٹے
خط ج کے برابر ہو

نقطۂ ا سے خط مستقیم اد ج کے برابر کھینچو (م اش ۲)
اور مرکز ا سے اد کی دوری پر دائرہ دی ف کھینچو (اصل ۳)
تو ای ج کے برابر ہوگا
چونکہ ا دائرہ دی ف کا مرکز ہے
اس واسطے ای اد کے برابر ہے (حد ۱۵)
لیکن خط مستقیم ج اد کے برابر ہے (حلا)
اس واسطے ای اور ج میں سے ہر ایک اد کے برابر ہوا
اس لیئے خط مستقیم ای ج کے برابر ہوا (علم ا)
پس خط مستقیم اب میں سے جو دونو مستقیم خطوں میں بڑا تھا

چھوٹے خط ج کے برابر ایک حصہ آ ی قطع ہو گیا
اور یہی مطلوب تھا۔

چوتھی شکل مسئلہ

اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے دو
ضلعے دوسرے مثلث کے دو ضلعون کے اپنی
اپنی نظیر کے برابر ہوں اور ان دونو ضلعوں
کے درمیانی زاوئے بھی باہم برابر ہوں تو ان
کے قاعدے بھی برابر ہونگے اور دونو مثلث
بھی مساوی ہونگے اور باقی زاوئے بھی اپنی
اپنی نظیر کے برابر ہونگے یعنی وہ زاوئے جو
برابر ضلعوں کے مقابل ہیں مساوی ہونگے

فرض کرو اب ج اور د ی ف دو مثلث ہیں جن کے دو ضلعے
اب اور اج دو ضلعوں د ی اور د ف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر
ہیں یعنی اب د ی کے برابر ہے اور اج د ف کے اور
درمیانی زاویہ ب اج درمیانی زاویہ ی د ف کے
تو قاعدہ ب ج قاعدہ ی ف کے برابر ہوگا
اور مثلث اب ج مثلث د ی ف کے
اور باقی زاوئے جن کے مقابل برابر ضلعے ہیں اپنی اپنی نظیر کے
برابر ہونگے یعنی زاویہ اب ج زاویہ د ی ف کے اور
زاویہ اج ب زاویہ د ف ی کے مساوی ہوگا

کیونکہ اگر مثلث اب ج مثلث د ی ف پر اس طرح رکھا جائے کہ
نقطہ ا نقطہ د پر اور خطِ مستقیم اب خط مستقیم د ی پر
واقع ہو
تو چونکہ اب د ی کے برابر ہے
اس واسطے نقطہ ب نقطہ ی پر منطبق ہوگا
اور چونکہ اب د ی پر منطبق ہوتا ہے
اور زاویہ ب ا ج زاویہ ی د ف کے برابر ہے
اس واسطے خط مستقیم اج خط مستقیم د ف پر آ جائیگا
پھر چونکہ اج د ف کے برابر ہے
اس واسطے نقطہ ج نقطہ ف پر منطبق ہوگا
لیکن نقطہ ب نقطہ ی پر منطبق ہوتا ہے
اس لئے قاعدہ ب ج قاعدہ ی ف پر منطبق ہوگا
کیونکہ جب نقطہ ب نقطہ ی پر اور نقطہ ج نقطہ ف پر منطبق
ہوتا ہے
تو اگر قاعدہ ب ج قاعدہ ی ف پر منطبق نہ ہو تو دو خطِ مستقیم
ب ج اور ی ف ایک سطح گھیرینگے جو غیر ممکن ہے (علم ۱۰)
اس واسطے قاعدہ ب ج قاعدہ ی ف پر منطبق اور اس کے برابر ہوا
اور کل مثلث اب ج کل مثلث د ی ف پر منطبق اور اس کے برابر

ہوا اور ایک مثلث کے باقی زاوئے بھی دوسرے مثلث کے باقی زاویوں پر منطبق اور اون کے برابر ہوئے

یعنی زاویہ اب ج زاویہ دی ف کے برابر ہوا اور زاویہ اج ب زاویہ دف ی کے

پس اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے دو ضلعے..... الخ

اور یہی مقصود تھا۔

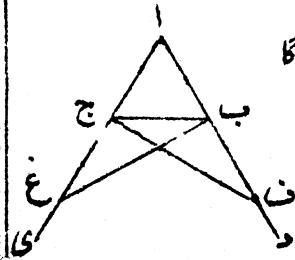
پانچویں شکل مسئلہ

مثلث متساوی الساقین کے قاعدے کے زاوئے آپس میں برابر ہوتے ہیں اور اگر اس کی ساقیں بڑھائی جائیں تو قاعدے کے دوسری طرف کے زاوئے بھی برابر ہونگے۔

فرض کرو اب ج ایک مثلث متساوی الساقین ہے جس کا ضلع اب اج کے برابر ہے اور فرض کرو کہ دونو ضلعے متساوی اب اور اج د اور ی تک بڑھائے جائیں

تو زاویہ اب ج زاویہ اج ب کے برابر ہوگا

اور زاویہ د ب ج زاویہ ی ج ب کے

ا ج ب غ ف ی د

بعد ازیں کوئی نقطہ ف مقرر کرو
اور بڑے خط ا ی میں سے چھوٹے خط ا ب کے برابر ا غ قطع
کر لو (م اش ۳)
ف ج اور غ ب کو ملاؤ
چونکہ ا ف ا غ کے برابر ہے (عملاً)
اور ا ب ا ج کے (فرضاً)
تو دو ضلعے ف ا اور ا ج دو ضلعوں غ ا اور ا ب کے اپنی اپنی
نظیر کے برابر ہیں
اوراون کا درمیانی زاویہ ف ا غ مثلثوں ا ف ج اور ا غ ب میں
مشترک ہے
اس واسطے قاعدہ ف ج قاعدہ غ ب کے برابر ہے (م اش ۴)
اور مثلث ا ف ج مثلث ا غ ب کے برابر ہے
اور ایک مثلث کے باقی زاویے بھی دوسرے مثلث کے باقی زاویوں
کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں یعنی جن کے مقابل برابر ضلعے ہیں
یعنی زاویہ ا ج ف زاویہ ا ب غ کے برابر ہے اور زاویہ ا ف ج
زاویہ ا غ ب کے
اور چونکہ کل خط ا ف کل خط ا غ کے برابر ہے
اور اون کے حصے ا ب اور ا ج بھی برابر ہیں
اس واسطے باقی ب ف باقی ج غ کے برابر ہے (علم ۳)
اور ف ج غ ب کے برابر ثابت ہو چکا ہے
تو چونکہ دو ضلعے ب ف اور ف ج دو ضلعوں ج غ اور غ ب کے
اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

اور زاویہ ب ف ج زاویہ ج ع ب کے برابر ثابت ہو چکا ہے ملاؤ
اس کے قاعدہ ب ج بھی دونو مثلثوں ب ف ج اور ج ع ب
میں مشترک ہے
اس واسطے یہ دونو مثلث برابر ہوئے (م اش ۴)
اور ان کے باقی زاویئے بھی اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے یعنی
جن کے مقابل برابر ضلعے ہیں
اس واسطے زاویہ ف ب ج زاویہ ع ج ب کے برابر ہوا
اور زاویہ ب ج ف زاویہ ج ب ع کے
اور پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ کل زاویہ ا ب ع کل زاویہ ا ج ف
کے برابر ہے اور ان کے حصے ج ب ع اور ب ج ف بھی برابر
ہیں
اس لئے باقی زاویہ ا ب ج باقی زاویہ ا ج ب کے برابر رہا اور یہ
مثلث ا ب ج کے قاعدے پر کے زاویئے ہیں
اور یہ بھی ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ ف ب ج زاویہ ع ج ب کے
برابر ہے
اور یہ قاعدے کے دوسری طرف کے زاویئے ہیں
پس مثلث متساوی الساقین کے قاعدے کے زاویئے ..... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

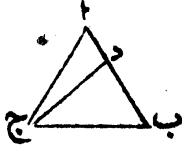
حاصل

اس سے معلوم ہوا کہ ہر مثلث متساوی الاضلاع
متساوی الزوایا بھی ہوتا ہے۔

چھٹی شکل۔ مسئلہ

اگر ایک مثلث کے دو زاویئے آپس میں
برابر ہوں تو اس کے ضلعے بھی جو برابر
زاویوں کے مقابل ہیں آپس میں برابر
ہونگے۔

فرض کرو اب ج ایک مثلث ہے جس کا زاویہ اب ج زاویہ اج ب کے برابر ہے
تو ضلع اب ضلع اج کے برابر ہوگا۔

ا
د
ب
ج

کیونکہ اگر اب اج کے برابر نہ ہو
تو ان میں سے ایک دوسرے سے بڑا
ہوگا فرض کرو اب اج سے بڑا ہے
ب ا میں سے چھوٹے خط ج ا کے برابر ب د قطع کر لو
اور د ج کو ملاؤ
چونکہ مثلثوں د ب ج اور اج ب میں د ب اج کے برابر ہے اور
ب ج دونو مثلثوں میں مشترک ہے
تو دو ضلعے د ب اور ب ج دو ضلعوں اج اور ج ب کے اپنی
اپنی نظیر کے برابر ہیں
اور زاویہ د ب ج زاویہ اج ب کے برابر ہے (فرضاً)
اس واسطے قاعدہ د ج قاعدہ اب کے برابر ہے (م ا ش ۴)
اور مثلث د ب ج مثلث اج ب کے برابر ہے

یعنی چھوٹا مثلث بڑے مثلث کے برابر ہے اور یہ باطل ہے
اس لئے ا ب ا ج کے غیر مساوی نہیں ہے
یعنی ا ب ا ج کے مساوی ہے
پس اگر ایک مثلث کے دو زاوئے آپس میں برابر ہوں ۰۰۰۰ الخ
اور یہی مقصود تھا +

حاصل

اس سے معلوم ہوا کہ ہر مثلث متساوی الزوایا متساوی الاضلاع بھی ہوتا ہے +

ساتویں شکل مسئلہ

ایک ہی قاعدے پر ایک ہی طرف ایسے
دو مثلث نہیں واقع ہو سکتے کہ ان کے
وہ ضلعے جو قاعدے کی ایک حد پر منتہی
ہوئے ہوں باہم برابر ہوں اور وہ ضلعے بھی
جو دوسری حد پر منتہی ہوئے ہوں برابر ہوں

اگر ممکن ہے تو فرض کرو کہ ایک ہی قاعدہ ا ب پر ایک ہی طرف
ایسے دو مثلث ا ج ب اور ا د ب واقع ہیں جن کے ضلعے ج ا اور
د ا جو قاعدے کی حد ا پر منتہی ہوئے ہیں باہم برابر ہیں اور
ضلعے ج ب اور د ب بھی
جو حد ب پر منتہی ہوئے ہیں
باہم برابر ہیں

د ج ب ا

جد کو ملاؤ

اولاً - جب ایک مثلث کا راس دوسرے مثلث کے باہر ہو

چونکہ مثلث اج د میں اج ا د کے برابر ہے

اس واسطے زاویہ اج د زاویہ ادج کے برابر ہے (م اش ۵)

لیکن زاویہ اج د زاویہ ب ج د سے بڑا ہے (علم ۹)

اس سے زاویہ ادج بھی زاویہ ب ج د سے بڑا ہے

اسی سبب سے زاویہ ب د ج زاویہ ب ج د سے بہت ہی بڑا ہے

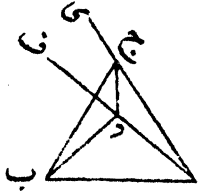
پھر چونکہ مثلث ب ج د میں ب ج ب د کے برابر ہے (فرضاً)

اس واسطے زاویہ ب د ج زاویہ ب ج د کے برابر ہے (م اش ۵)

لیکن زاویہ ب د ج ب ج د سے بڑا ثابت ہو چکا ہے

اس واسطے زاویہ ب د ج زاویہ ب ج د کے برابر بھی ہوا اور اس سے بڑا بھی ہوا اور یہ غیر ممکن ہے

ثانیاً - جب کہ مثلث ا د ب کا راس د مثلث اج ب کے اندر واقع ہو

اج اور اد کو ی اور ف تک بڑھاؤ

تو چونکہ مثلث اج د میں اج ا د کے برابر ہے

اس واسطے قاعدہ ج د کی دوسری طرف کے زاویے ی ج د اور ف د ج باہم برابر ہوئے (م اش ۵)

لیکن زاویہ ی ج د زاویہ ب ج د سے بڑا ہے (علم ۹)
اس واسطے زاویہ ف دج بھی زاویہ ب دج سے بڑا ہوا
اسی سبب سے زاویہ ب دج زاویہ ب ج د سے بہت ہی بڑا ہوا
پھر چونکہ مثلث ب ج د میں ب ج ب د کے برابر ہے
اس لئے زاویہ ب دج زاویہ ب ج د کے برابر ہے (م ا ش ۵)
لیکن زاویہ ب دج کا زاویہ ب ج د سے بڑا ہونا ثابت ہو چکا ہے
اس واسطے زاویہ ب دج زاویہ ب ج د کے برابر بھی ہوا اور اس سے بڑا بھی ہوا اور یہ غیر ممکن ہے
ثالثاً - جب کہ ایک مثلث کا راس دوسرے مثلث کے ایک ضلع پر واقع ہو اس کا ثابت کرنا کچھ ضرور نہیں
پس ایک ہی قاعدے پر ایک ہی طرف .... الخ
اور یہی مقصود تھا ہہ

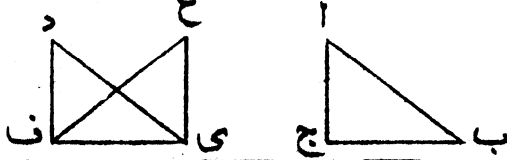
آٹھویں شکل مسئلہ

اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے دو ضلع دوسرے مثلث کے دو ضلعوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں اور ان کے قاعدے بھی مساوی ہوں تو دونو مثلثوں کے برابر ضلعوں کے درمیانی زاویے بھی باہم برابر ہونگے

فرض کرو اب ج اور دی ف دو مثلث ہیں جن کے دو ضلع

اب اور اج دو ضلعوں دی اور دف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر
ہیں یعنی اب دی کے برابر ہے اور اج دف کے اور قاعدہ
ب ج بھی قاعدہ ی ف کے برابر ہے
تو زاویہ ب اج زاویہ ی دف کے برابر ہوگا

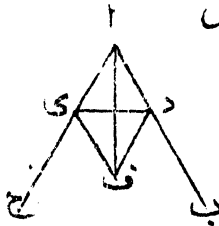
د ع ا

ف ی ج ب

کیونکہ اگر مثلث اب ج مثلث دی ف پر اس طرح رکھا جائے
کہ نقطہ ب نقطہ ی پر اور خط مستقیم ب ج ی ف پر واقع ہو تو
چونکہ ب ج ی ف کے برابر ہے (فرضاً)
اس واسطے نقطہ ج نقطہ ف پر منطبق ہوگا
اور چونکہ ب ج ی ف پر منطبق ہوتا ہے
تو ب ا اور اج ی د اور دف پر منطبق ہونگے
کیونکہ اگر قاعدہ ب ج قاعدہ ی ف پر منطبق ہو مگر ضلعے ب ا اور
اج ضلعوں ی د اور دف پر منطبق نہ ہوں بلکہ اور جگہ واقع
ہوں جیسے ی ع اور ف ع تو اس صورت میں ایک ہی
قاعدے پر ایک ہی طرف ایسے دو مثلث واقع ہونگے جن کے
وہ ضلعے جو قاعدے کی ایک حد پر منتہی ہوئے ہوں باہم برابر
ہوں اور وہ ضلعے بھی جو قاعدے کی دوسری حد پہ انجام ہوئے
ہوں باہم برابر ہوں
اور یہ غیر ممکن ہے (م اش ۷)

اسی واسطے اگر قاعدہ ب ج قاعدہ ی ف پر منطبق ہو
تو ضلع ب ا اور ا ج ضلعوں ی د اور د ف پر ضرور منطبق ہی
ہونے چاہئیں اسی سبب سے زاویہ ب ا ج بھی زاویہ ی د ف
پر منطبق اور اُس کے برابر ہے
پس اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے دو ضلع ......الخ
اور یہی مقصود تھا

نویں شکل۔ سؤال

زاویۂ مستقیمۃ الخطین مفروضہ کی تنصیف کرو

فرض کرو ب ا ج زاویۂ مستقیمۃ الخطین مفروضہ ہے
ہم چاہتے ہیں کہ اس کی تنصیف کریں

ا ب میں کوئی نقطہ د مقرر کرو
اور ا ج میں سے ا ی ا د کے برابر قطع کرو (م ا ش ۳)
اور د ی کو ملاؤ
د ی پر ا کی مخالف سمت میں ایک مثلث متساوی الاضلاع د ی ف
بناؤ (م ا ش ۱)
اور ا ف کو ملاؤ
تو خطِ مستقیم ا ف زاویہ ب ا ج کی تنصیف کریگا

کیونکہ اد ای کے برابر ہے (عملاً)

اور اف دونوں مثلثوں داف اور ی اف میں مشترک ہے

تو دو ضلعے دا اور اف دو ضلعوں ی ا اور اف کے اپنی اپنی

نظیر کے برابر ہیں

اور قاعدہ دف قاعدہ ی ف کے برابر ہے (عملاً)

اس واسطے زاویہ داف زاویہ ی اف کے برابر ہے (م اش ۸)

پس زاویہ ب اج کی خط مستقیم اف سے تنصیف ہو گئی

اور یہی مطلوب تھا۔

دسویں شکل۔ سوال

ایک خطِ مستقیم محدود مفروض کی تنصیف کرو

فرض کرو اب خطِ مستقیم محدود مفروض ہے

ہم چاہتے ہیں کہ اب کو دو برابر حصوں میں تقسیم کریں

اب پر مثلث متساوی الاضلاع اب ج بناؤ (م اش ۱)

ج
ب د ا

اور زاویہ اج ب کی خط مستقیم ج د سے جو خط اب سے نقطہ

د پر ملتا ہے تنصیف کرو (م اش ۹)

تو اب نقطہ د پر دو برابر حصوں میں تقسیم ہوگا

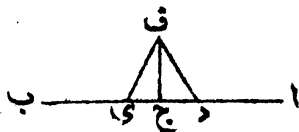
چونکہ اج ج ب کے برابر ہے (عملاً)

اور ج د دونوں مثلثوں اج د اور ب ج د میں مشترک ہے

تو دو ضلع اج اور ج د دو ضلعوں ب اج اور ج د کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں
اور زاویہ اج د ب اج د کے برابر ہے (عملاً)
اس واسطے قاعدہ اد قاعدہ ب د کے برابر ہے (م اش ۴)
پس خط مستقیم اب نقطہ د پر دو برابر حصوں میں تقسیم ہوگیا
اور یہی مطلوب تھا۔

گیارہویں شکل۔ سؤال

ایک خطِ مستقیم مفروض کے کسی نقطہ
مفروضہ سے ایک ایسا خط مستقیم کھینچو جو
خط مفروض پر قائمے زاویے بنائے

فرض کرو اب خط مستقیم مفروض ہے اور اس میں ج ایک نقطہ مفروضہ۔ ہم چاہتے ہیں کہ نقطہ ج سے ایک ایسا خط مستقیم کھینچیں جو خط اب پر قائمے زاویے بنائے

اج میں کوئی نقطہ د فرض کرو
اور ج ی ج د کے برابر قطع کر لو (م اش ۳)
دی پر مثلث متساوی الاضلاع دی ف بناؤ (م اش ۱)
اور ج ف کو ملاؤ
تو ج ف جو کہ نقطہ ج سے کھینچا گیا ہے اب پر قائمے زاویے پیدا

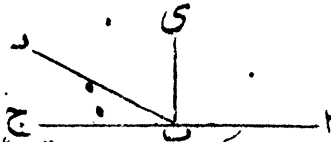
کریگا
چونکہ دج ج ی کے برابر ہے اور ف ج دونو مثلثوں دج ف اور
ی ج ف میں مشترک ہے
تو دو ضلعے دج اور ج ف دو ضلعوں ی ج اور ج ف کے اپنی اپنی
نظیر کے برابر ہیں
اور قاعدہ دف قاعدی ف کے برابر ہے (عملاً)
اس واسطے زاویہ دج ف زاویہ ی ج ف کے برابر ہوا (م اش ۸)
اور یہ دونو متصلے زاوے ہیں
مگر جب ایک خطِ مستقیم دوسرے خطِ مستقیم پر دو متصلے زاوے
باہم برابر بنائے تو اُن میں سے ہر ایک زاوے کو قائمہ کہتے ہیں
(حد ۱۰)
اس لئے زاویوں دج ف اور ی ج ف میں سے ہر ایک قائمہ ہے
پس نقطۂ مفروضہ ج سے جو خطِ مستقیم مفروض اب میں سے
ایک ایسا خطِ مستقیم ج ف کھینچا گیا جو اب پر قائمے زاوے
بناتا ہے
اور یہی مطلوب تھا

حاصل

اس عمل کے ذریعے سے ثابت ہو سکتا ہے کہ دو مستقیم خطوں میں
ایک حصہ مشترک نہیں ہو سکتا
اگر ممکن ہو تو فرض کرو کہ حصہ اب دو مستقیم خطوں اب ج
اور اب د میں مشترک ہے

ی

د

ج ب ا

نقطہ ب سے ب ی ایسا خط کھینچو جو اب سے قائمے بنائے (م اش ۱۱)
تو چونکہ ا ب ج ایک خط مستقیم ہے
اس لئے زاویہ ا ب ی زاویہ ی ب ج کے برابر ہے (حد ۱۰)
اسی طور پر چونکہ ا ب د خط مستقیم ہے
اس لئے زاویہ ا ب ی زاویہ ی ب د کے برابر ہے
لیکن زاویہ ا ب ی زاویہ ی ب ج کے برابر ہے
اس لئے زاویہ ی ب د زاویہ ی ب ج کے برابر ہے (علم ۱)
یعنی چھوٹا زاویہ بڑے زاوئے کے برابر ہے
اور یہ غیر ممکن ہے
پس دو مستقیم خطوں میں ایک حصہ مشترک نہیں ہو سکتا ہے۔

بارھویں شکل سوال

ایک خط مستقیم غیر محدود مفروض
پر ایک نقطہ مفروضہ سے جو اس
خط کے باہر ہے عمود ڈالو۔

فرض کرو اب خط مستقیم مفروض ہے جس کو دونو طرف جہاں تک
چاہیں بڑھا سکتے ہیں اور ج اس کے باہر ایک نقطہ ہے
ہم چاہتے ہیں کہ نقطہ ج سے اب پر عمود ڈالیں

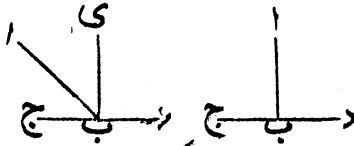
اب کی دوسری طرف کوئی نقطہ د فرض کرو
اور مرکز ج سے ج د کی دوری پر دائرہ ی غ ف کھینچو جو اب
سے ف اور غ پر ملے (اصل ٣)
نقطہ ہ پر ف غ کی تنصیف کرو (م اش ١٠)
اور ج ہ کو ملاؤ
تو خط مستقیم ج ہ جو نقطہ مفروضہ ج سے کھینچا گیا ہے خط مستقیم
مفروض اب پر عمود ہوگا
ج ف اور ج غ کو ملاؤ
چونکہ ف ہ ہ غ کے برابر ہے (عملاً)
اور ہ ج دونو مثلثوں ف ج ہ اور غ ج ہ میں مشترک ہے
تو دو ضلعے ف ہ اور ہ ج دو ضلعوں غ ہ اور ہ ج کے اپنی اپنی
نظیر کے برابر ہیں
اور قاعدہ ج ف قاعدہ ج غ کے برابر ہے (حد ١٥)
اس لئے زاویہ ف ہ ج زاویہ غ ہ ج کے برابر ہوا (م اش ٨)
اور یہ دونو متصلے زاویے ہیں
لیکن جب ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر اس طرح قائم
ہو کہ متصلے زاویے باہم برابر پیدا کرے تو ان میں سے ہر ایک

زاویے کو قائمہ کہتے ہیں اور خط مستقیم جو دوسرے خط مستقیم پر قائم ہے عمود کہلاتا ہے
پس نقطہ مفروضہ ج سے خطِ مستقیم مفروض اب پر ج ہ عمود پڑ گیا
اور یہی مطلوب تھا۔

تیرھویں شکل مسئلہ

زاویے جو ایک خط مستقیم دوسرے
خطِ مستقیم سے ایک ہی سمت میں
پیدا کرے یا دو قائمے ہوتے ہیں
یا مل کر دو قائموں کے برابر

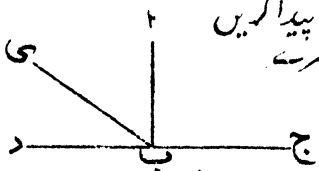
فرض کرو خط مستقیم اب ج د سے ایک ہی سمت میں زاویے
ج ب ا اور اب د پیدا کرتا ہے
تو یہ زاویے یا تو دو قائمے
ہونگے یا مل کر دو قائموں
کے برابر ہونگے

ی ا ج ب د ا ج ب د

کیونکہ اگر زاویہ ج ب ا
زاویہ اب د کے برابر ہو تو ان میں سے ہر ایک قائمہ ہے
(حد ۱۰)
لیکن اگر زاویہ ج ب ا زاویہ اب د کے برابر نہ ہو
تو نقطہ ب سے ب ی ایسا خط کھینچو جو ج د پر قائمے بنائے
(م ا ش ۱۱)

تو زاویے ج ب ی اور ی ب د دو قائمے ہیں (حد ۱۰)
اور چونکہ زاویہ ج ب ی زاویوں ج ب ا اور ا ب ی کے برابر ہے
ان مساویوں پر زاویہ ی ب د زیادہ کرو
تو زاویے ج ب ی اور ی ب د تینوں زاویوں ج ب ا اور ا ب ی اور ی ب د کے برابر ہوئے (علم ۲)
پھر چونکہ زاویہ د ب ا دو زاویوں د ب ی اور ی ب ا کے برابر ہے
ان مساویوں پر زاویہ ا ب ج زیادہ کرو
تو زاویے د ب ا اور ا ب ج تینوں زاویوں د ب ی اور ی ب ا اور ا ب ج کے برابر ہوئے
لیکن زاویے ج ب ی اور ی ب د انہی تینوں زاویوں کے برابر ثابت ہو چکے ہیں
اور جو چیزیں ایک ہی چیز کے مساوی ہوں وہ باہم مساوی ہوتی ہیں اس واسطے زاویے ج ب ی اور ی ب د زاویوں د ب ا اور ا ب ج کے برابر ہوئے
مگر زاویے ج ب ی اور ی ب د دو قائمے ہیں
اس لئے زاویے د ب ا اور ا ب ج مل کر دو قائموں کے برابر ہوئے
پس زاویے جو ایک خطِ مستقیم .... الخ
اور یہی مقصود تھا

چودھویں شکل۔ مسئلہ

اگر ایک خط مستقیم کے کسی نقطے پر دو
دور خط مستقیم متقابل سمتوں سے ملکر متصلے
زاویے دو قائموں کے برابر پیدا کریں تو یہ
دو نوں خطِ مستقیم ایک دوسرے کی سیدھ
میں ہونگے۔

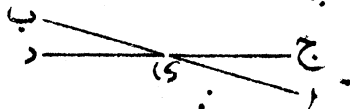
فرض کرو خطِ مستقیم اب کے نقطہ ب پر دو خط مستقیم ب ج اور
ب د اب کی متقابل سمتوں سے ملکر متصلے زاویے اب ج اور
اب د دو قائموں کے برابر پیدا کریں
تو ب د اور ج ب ایک دوسرے
کی سیدھ مین ہونگے

کیونکہ اگر ب د ج ب کی سیدھ میں نہ ہو
تو فرض کرو ب ی اس کی سیدھ میں ہو
چونکہ اب خط مستقیم ج ب ی سے ملتا ہے
اس واسطے متصلے زاویے ج ب ا اور اب ی دو قائموں کے
برابر ہیں (م ا ش ۱۳)
لیکن زاویے ج ب ا اور اب د دو قائمون کے برابر ہیں (فرضاً)
اس واسطے زاویے ج ب ا اور اب ی زاویوں ج ب ا اور
اب د کے برابر ہوئے (علم ۲)
ان مساویوں میں سے مشترک زاویہ ج ب ا نکال ڈالو

تو باقی زاویہ اب ی باقی زاویہ اب د کے برابر رہا (علم ۳)
یعنی چھوٹا زاویہ بڑے زاویے کے برابر ہوا
اور یہ غیر ممکن ہے
اس واسطے ب ی ج ب کی سیدھ میں نہیں ہے
اور اسی طور پر ثابت ہو سکتا ہے کہ ب د کے سوا کوئی اور خط
مستقیم ج ب کی سیدھ میں نہیں ہو سکتا
اس واسطے ب د ج ب کی سیدھ میں ہے
پس اگر ایک خط مستقیم کے کسی نقطے پر .... الخ
اور یہی مقصود تھا ۔

پندرھویں شکل مسئلہ

اگر دو خط مستقیم باہم تقاطع کریں
تو مقابل کے زاویئے برابر ہونگے

فرض کرو خط اب اور ج د نقطہ ی پر باہم تقاطع کرتے ہیں
تو زاویہ ا ی ج زاویہ د ی ب کے برابر ہوگا اور زاویہ ج ی ب
زاویہ ا ی د کے ۔

ب
د ج
ی
ا

چونکہ خط مستقیم ا ی ج د کے نقطہ ی پر متصلے زاویئے ج ی ا
اور ا ی د پیدا کرتا ہے
اس لئے یہ زاویئے ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (م اش ۱۳)

اور چونکہ خط مستقیم د ب آ ب کے لفظ ی پر متصلے زاوے
د ی ب اور آ ی د پیدا کرتا ہے
اس لئے یہ زاوئے بھی دو قائموں کے برابر ہوئے (م اش ۱۳)
مگر زاوئے ج ی ا اور آ ی د دو قائموں کے برابر ثابت
ہو چکے ہیں
اس لئے زاوئے ج ی ا اور آ ی د زاویوں ای د اور د ی ب کے
برابر ہوئے
ان میں سے مشترک زاویہ آ ی د نکالو
تو باقی زاویہ ج ی ا باقی زاویہ د ی ب کے برابر رہا
(علم ۳)
اسی طور پر ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویہ ج ی ب زاویہ ا ی د
کے برابر رہا
پس اگر دو خط مستقیم باہم تقاطع کریں .... الخ
اور یہی مقصود تھا +

پہلا حاصل

اس سے ظاہر ہے کہ اگر دو خط مستقیم باہم تقاطع کریں تو دو
زاوئے جو اُن کے نقطۂ تقاطع پر پیدا ہوتے ہیں ملکر چار
قائموں کے برابر ہوتے ہیں +

دوسرا حاصل

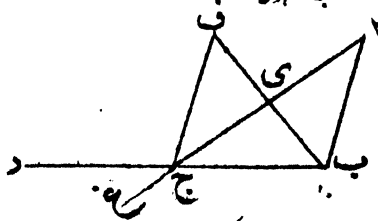
اور اس سے یہ نتیجہ نکلا کہ ایک نقطے پر کتنے ہی خطوں کے تقاطع

کرنے سے جو زاوئے پیدا ہوں سب مل کر چار قائموں کے برابر ہوتے ہیں ؛

سولھویں شکل - مسئلہ

اگر مثلث کا ایک ضلع بڑھایا
جائے تو زاویۂ خارجہ مقابل کے
ہر ایک زاویۂ داخلہ سے بڑا ہوگا

فرض کرو اب ج مثلث ہے جس کا ضلع ب ج د تک بڑھایا گیا ہے

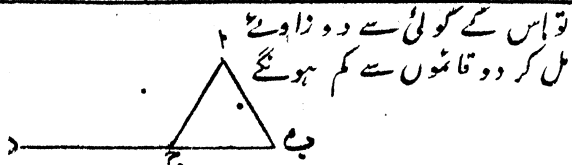
تو زاویۂ خارجہ اج د مقابل کے ہر ایک زاویۂ داخلہ ج ب ا اور ب اج سے بڑا ہوگا

اج کی نقطہ ی پر تنصیف کرو (م اش ۱۰)
اور ب ی کو ملاؤ
ب ی کو ف تک بڑھاؤ کہ ی ف ب ی کے برابر ہو جائے
(م اش ۲)
اور ف ج کو ملاؤ
چونکہ ا ی ی ج کے برابر ہے اور ب ی ی ف کے تو مثلثوں

اب ی اور ج ی ف میں دو ضلعے ا ی اور ی ب دو ضلعوں
ج ی اور ی ف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں
اور زاویہ ا ی ب زاویہ ج ی ف کے برابر ہے
کیونکہ وہ مقابل کے زاویے ہیں (م ا ش ۱۵)
اس واسطے قاعدہ اب قاعدہ ج ف کے برابر ہوا (م ا ش ۴)
اور مثلث ا ی ب مثلث ج ی ف کے برابر ہوا
اور ایک مثلث کے باقی زاویے دوسرے مثلث کے باقی زاویوں اپنی
اپنی نظیر کے یعنی جن کے مقابل برابر ضلعے ہیں برابر ہوئے
اس واسطے زاویہ ب ا ی زاویہ ی ج ف کے برابر ہوا
مگر زاویہ ی ج د یا ا ج د زاویہ ی ج ف سے بڑا ہے
اس واسطے زاویہ ا ج د زاویہ ب ا ی سے بڑا ہوا
اسی طور پر اگر ضلع ب ج کی تنصیف ہو اور ا ج غ تک
بڑھایا جائے
تو ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویہ ب ج غ یعنی زاویہ ا ج د زاویہ
ا ب ج سے بڑا ہے
پس اگر ایک مثلث کا ایک ضلع بڑھایا جائے .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

سترھویں شکل۔ مسئلہ

مثلث کے کوئی سے دو زاویے
مل کر دو قائموں سے کم ہوتے ہیں

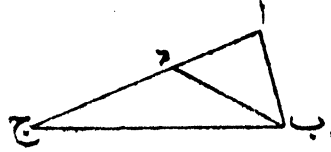
فرض کرو ا ب ج مثلث ہے

تو اس کے کوئی سے دو زاویے
مل کر دو قائموں سے کم ہونگے

کوئی سے ضلع مثلاً ب ج کو د تک بڑھاؤ
چونکہ اج د مثلث اب ج کا زاویہ خارجہ ہے
اس لئے زاویہ اج د مقابل کے زاویۂ داخلہ اب ج سے بڑا ہے
(م اش ۱۶)
ان غیر مساویوں پر زاویہ اج ب زیادہ کرو
تو زاویے اج د اور اج ب زاویوں اب ج اور اج ب
سے بڑے ہونگے
مگر زاویے اج د اور اج ب دو قائموں کے برابر ہیں دم
ش ۱۳)
اس لئے زاویے اب ج اور اج ب دو قائموں سے کم ہوئے
اسی طرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ زاویے ب اج اور اج ب
اور نیز زاویے ج ا ب اور اب ج دو قائموں سے کم ہوئے
پس مثلث کے کوئی سے دو زاویے .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

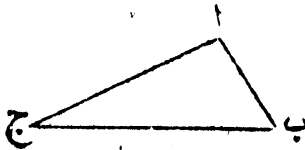
اٹھارھویں شکل مسئلہ

مثلث کا بڑا ضلع بڑے زاویے
کے سامنے ہوتا ہے۔

فرض کرو اب ج مثلث ہے جس کا ضلع اج ضلع اب
سے بڑا ہے
تو زاویہ اب ج زاویہ ب ج ا سے بڑا ہوگا

ا
د
ج ب

چونکہ ضلع اج ضلع اب سے بڑا ہے
تو اد اب کے برابر بناؤ (م اش ۳)
اور ب د کو ملاؤ
اب اس سبب سے کہ مثلث اب د میں اد اب کے برابر ہے
زاویہ ادب زاویہ اب د کے برابر ہوا (م اش ۵)
لیکن چونکہ مثلث ب د ج کا ضلع ج د ا تک بڑھایا گیا ہے
اس لئے زاویہ خارجہ ادب مقابل کے زاویۂ داخلہ دج ب سے
بڑا ہے (م اش ۱۶)
لیکن زاویہ ادب زاویہ اب د کے برابر ثابت ہوچکا ہے
اس لئے زاویہ اب د زاویہ دج ب سے بڑا ہے
اس واسطے زاویہ اب ج زاویہ اج ب سے بہت ہی بڑا
ہے
پس مثلث کا بڑا ضلع .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

انیسویں شکل مسئلہ

مثلث کا بڑا زاویہ بڑے
ضلع کے سامنے ہوتا ہے۔

فرض کرو اب ج مثلث
ہے جس کا زاویہ اب ج
زاویہ ب ج ا سے بڑا ہے

ا
ج
ب

تو ضلع اج ضلع اب سے بڑا ہوگا
کیونکہ اگر اج اب سے بڑا نہ ہوگا
تو یا اس کے برابر ہوگا یا اس سے کم
اگر اج اب کے برابر ہو
تو زاویہ اب ج زاویہ اج ب کے برابر ہوگا (م اش ۵)
لیکن یہ دونو برابر نہیں ہیں (فرضاً)
اس لئے ضلع اج اب کے برابر نہیں ہے
اور اگر اج اب سے کم ہو
تو زاویہ اب ج زاویہ اج ب سے کم ہوگا (م اش ۱۸)
لیکن اب ج اج ب سے کم نہیں ہے
اس لئے ضلع اج اب سے کم نہیں ہے
اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ اج اب کے برابر نہیں
اس لئے اج اب سے بڑا ہی ہوا
پس مثلث کا بڑا زاویہ ۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ الخ

اور یہی مقصود تھا۔

بیسوین شکل۔ مسئلہ

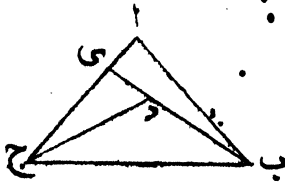
مثلث کے کوئی سے دو ضلعے مل کر تیسرے ضلع سے بڑے ہوتے ہین

فرض کرو اب ج مثلث ہے
تو اس کے کوئی سے دو ضلعے مل کر تیسرے ضلع سے بڑے ہونگے یعنی ب ا اور ا ج مل کر ب ج سے اور
اب اور ب ج مل کر ا ج سے اور
ب ج اور ج ا مل کر ا ب سے
ضلع ب ا کو نقطہ د تک بڑھاؤ
اور ا د ا ج کے برابر بناؤ (م ۱ ش ۳)
اور د ج کو ملاؤ
تو چونکہ ا د ا ج کے برابر ہے
اس لئے زاویہ ا د ج زاویہ ا ج د کے برابر ہے (م ۱ ش ۵)
لیکن زاویہ ب ج د زاویہ ا ج د سے بڑا ہے (علم ۹)
اس لئے زاویہ ب ج د بھی زاویہ ا د ج سے بڑا ہے
اور چونکہ مثلث د ب ج میں زاویہ ب ج د زاویہ ب د ج سے بڑا ہے اور بڑے زاویے کے مقابل کا ضلع بھی بڑا ہوتا ہے (م ۱ ش ۹)
اس لئے ضلع د ب ضلع ب ج سے بڑا ہے
لیکن د ب دو ضلعوں ب ا اور ا ج کے برابر ہے
اس لئے ضلعے ب ا اور ا ج مل کر ب ج سے بڑے ہوئے

اسی طور پر ثابت ہو سکتا ہے کہ ضلع ا ب اور ب ج ملکر ج ا سے بڑے ہیں
اور ب ج اور ج ا مل کر ا ب سے بڑے ہیں
پس مثلث کے کوئی سے دو ضلعے .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

اکیسویں شکل مسئلہ

اگر مثلث کے ایک ضلع کی حدون سے دو خطِ مستقیم کسی نقطے تک جو مثلث کے اندر واقع ہو کھینچے جائیں تو یہ خط مثلث کے باقی دو ضلعوں سے کم ہونگے مگر ان کا درمیانی زاویہ ان ضلعوں کے درمیانی زاوئے سے بڑا ہوگا۔

فرض کرو ا ب ج مثلث ہے
اور ضلع ب ج کی حدوں ب اور ج سے دو خط مستقیم ب د اور ج د نقطہ د تک جو مثلث کے اندر ہے کھینچے گئے ہیں،
تو ب د اور د ج مثلث کے باقی ضلعوں ب ا اور ا ج سے کم ہونگے
لیکن ان کا درمیانی زاویہ ب د ج زاویہ ب ا ج سے بڑا ہوگا

ا
ی
د
ج ب

ب د کو یہاں تک بڑھاؤ کہ اج سے نقطہ ی پر ملے
چونکہ مثلث کے دو ضلع مل کر تیسرے سے بڑے ہوتے ہیں
(م ا ش ۲۰)
اس لئے مثلث ا ب ی کے دو ضلع ب ا اور ا ی مل کر ب ی
سے بڑے ہیں
ان غیر مساویوں پر ی ج کو زیادہ کرو
تو ضلعے ب ا اور اج ب ی اور ی ج سے بڑے ہوئے (علم ۴)
اور چونکہ مثلث ج ی د کے دو ضلع ج ی اور ی د مل کر
د ج سے بڑے ہیں (م ا ش ۲۰)
ان غیر مساویوں پر د ب کو زیادہ کرو
تو ضلع ج ی اور ی ب ج د اور د ب سے بڑے ہوئے (علم ۴)
لیکن یہ ثابت ہو چکا ہے کہ ب ا اور اج ب ی اور ی ج سے
بڑے ہیں
اس لئے ب ا اور اج ب د اور د ج سے بہت ہی بڑے ہوئے
اور چونکہ مثلث کا زاویۂ خارجہ مقابل کے زاویۂ داخلہ سے بڑا
ہوتا ہے (م ا ش ۱۶)
اس لئے مثلث ج د ی کا زاویۂ خارجہ ب د ج مقابل کے
زاویۂ داخلہ ج ی د سے بڑا ہوا
اسی سبب سے مثلث ا ب ی کا زاویۂ خارجہ ج ی د مقابل
کے زاویۂ داخلہ ب ا ج سے بڑا ہوا
اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ ب د ج زاویہ ج ی ب سے
بڑا ہے

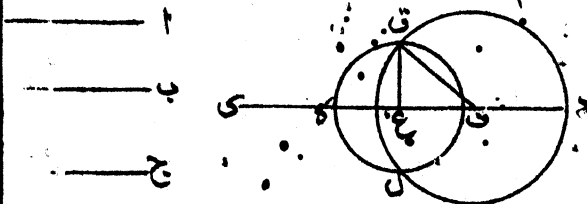
اس لئے زاویہ ب د ج زاویہ ب ا ج سے بہت ہی بڑا ہوا
پس اگر مثلث کے ایک ضلع کی حدود ب سے ...... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

بائیسویں شکل - سوال

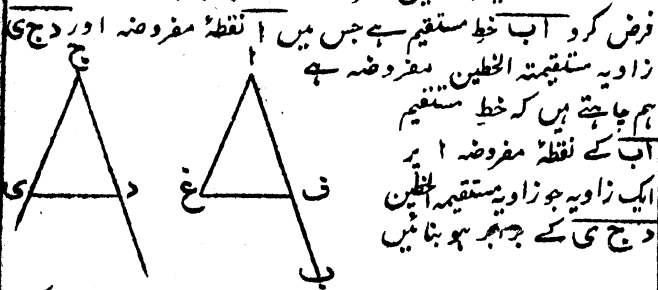
ایک ایسا مثلث بناؤ جس کے
ضلعے تین مفروض مستقیم خطوں
کے برابر ہوں بشرطیکہ ان خطوں
میں سے کوئی سے دو مل کر
تیسرے سے بڑے ہوں

فرض کرو ا اور ب اور ج تین خط مستقیم مفروض ہیں۔
جن میں سے کوئی سے دو مل کر تیسرے سے بڑے ہیں
یعنی ا اور ب مل کر ج سے
اور ا اور ج مل کر ب سے
اور ب اور ج مل کر ا سے
ہم چاہتے ہیں کہ ایسا مثلث بنائیں جس کے ضلعے ا اور ب
اور ج اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں۔

ا ——
ب ——
ج ——

ق
ی ہ ع ف د
ل

خط مستقیم د ی ایسا کھینچو جو نقطہ د پر محدود اور نقطہ ی کی
طرف غیر محدود ہو
د ف کو ا کے برابر بناؤ اور ف غ کو ب کے اور غ ہ کو ج کے (م ا ش ۳)
مرکز ف سے ف د کی دوری پر دائرہ د ق ل کھینچو (اصل ۳)
اور مرکز غ سے غ ہ کی دوری پر دائرہ ہ ل ق کھینچو
اور ق ف اور ق غ کو ملاؤ
تو مثلث ق ف غ کے ضلعے تینوں مستقیم خطوں ا اور ب اور ج
کے برابر ہونگے
چونکہ نقطہ ف دائرہ د ق ل کا مرکز ہے
اس لئے ف د ف ق کے برابر ہے (حد ۱۵)
لیکن ف د خط مستقیم ا کے برابر ہے
اس لئے ف ق ا کے برابر ہوا
اور چونکہ غ دائرہ ہ ل ق کا مرکز ہے
اس لئے غ ہ غ ق کے برابر ہے (حد ۱۵)
لیکن غ ہ ج کے برابر ہے
اس لئے غ ق بھی ج کے برابر ہوا (علم ۱)
اور ف غ ب کے برابر ہے
اس لئے تینوں خط مستقیم ق ف اور ف غ اور غ ق ا اور ب
اور ج کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں
پس مثلث ق ف غ کے تینوں ضلعے ق ف اور ف غ اور غ ق
تینوں مفروض مستقیم خطوں ا اور ب اور ج کے برابر ہوئے
اور یہی مطلوب تھا ۔

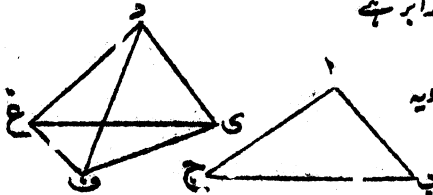
تیئیسویں شکل۔ سوال

خط مستقیم مفروض کے نقطۂ مفروضہ
پر ایک زاویۂ مستقیمۃ الخطین زاویۂ
مستقیمۃ الخطین مفروضہ کے برابر بناؤ۔

فرض کرو اب خطِ مستقیم ہے جس میں ا نقطۂ مفروضہ اور دج ی
زاویہ مستقیمۃ الخطین مفروضہ ہے
ہم چاہتے ہیں کہ خطِ مستقیم
اب کے نقطۂ مفروضہ ا پر
ایک زاویہ جو زاویہ مستقیمۃ الخطین
دج ی کے برابر ہو بنائیں

ج د اور ج ی میں سے کوئی سے دو نقطے د اور ی مقرر کرو
اور د ی کو ملاؤ
مثلث ا ف غ ایسا بناؤ جس کے ضلعے تینوں مستقیم خطوں ج د
اور د ی اور ی ج کے برابر ہوں یعنی ا ف ج د کے برابر ہو اور
ا غ ج ی کے اور ف غ د ی کے (م ا ش ۲۲)
لہٰذا زاویہ ف ا غ زاویہ دج ی کے برابر ہوگا
چونکہ ف ا اور ا غ د ج اور ج ی کے اپنی اپنی نظیر کے برابر
ہیں
اور قاعدہ ف غ قاعدہ د ی کے برابر ہے
اس لئے زاویہ ف ا غ زاویہ دج ی کے برابر ہوا (م ا ش ۸)

پس خط مستقیم مفروض اب کے نقطۂ مفروضہ ا پر زاویہ ف ا غ زاویۂ مستقیمۃ الخطین مفروض دج ی کے برابر بن گیا اور یہی مطلوب تھا ؛

چوبیسویں شکل ۔ مسئلہ

اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو ضلعے دوسرے مثلث کے دو ضلعوں کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں مگر ایک کے دونو ضلعوں کا درمیانی زاویہ دوسرے کے ضلعوں کے درمیانی زاوئے سے بڑا ہو تو جس مثلث کا زاویہ بڑا ہے اس کا قاعدہ بھی دوسرے مثلث کے قاعدے سے بڑا ہوگا ۔

فرض کرو ا ب ج اور د ی ف دو مثلث ہیں جن کے دو ضلعے اب اور اج دو ضلعوں دی اور دف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں یعنی اب دی کے برابر ہے اور اج دف کے لیکن زاویہ ب اج زاویہ ی د ف سے بڑا ہے تو قاعدہ ب ج قاعدہ ی ف سے بڑا ہوگا

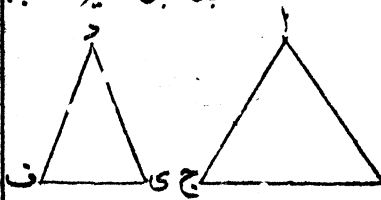
د
غ
ی
ف
ا
ج
ب

فرض کرو ضلعوں دی اور دف میں سے دی دف سے بڑا نہیں ہے
تو خطِ مستقیم دی کے نقطہ د پر زاویہ ی د غ زاویہ ب ا ج کے برابر بناؤ (م اش ۲۳)
د غ کو د ف یا ا ج کے برابر بناؤ (م اش ۳)
اور ی غ اور غ ف کو ملاؤ
چونکہ د ی ا ب کے برابر ہے اور د غ ا ج کے
تو دونو ضلعے د ی اور د غ دو ضلعوں ا ب اور ا ج کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں
اور زاویہ ی د غ زاویہ ب ا ج کے برابر ہے
اس واسطے قاعدہ ی غ قاعدہ ب ج کے برابر ہوا (م اش ۴)
اور چونکہ مثلث د ف غ میں د غ د ف کے برابر ہے
اس واسطے زاویہ د ف غ زاویہ د غ ف کے برابر ہے (م اش ۵)
لیکن زاویہ د غ ف زاویہ ی غ ف سے بڑا ہے (علم ۹)
اس لئے زاویہ د ف غ بھی زاویہ ی غ ف سے بڑا ہوا
اسی واسطے زاویہ ی ف غ زاویہ ی غ ف سے بہت ہی بڑا ہوا
اور چونکہ مثلث ی ف غ میں زاویہ ی ف غ زاویہ ی غ ف سے بڑا ہے
اور بڑا زاویہ بڑے ضلع کے مقابل ہوتا ہے (م اش ۱۹)
اس لئے ضلع ی غ ضلع ی ف سے بڑا ہے

لیکن ی غ ب ج کے برابر ثابت ہوچکا ہے
اس لئے ب ج ی ف سے بڑا ہوا
پس اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو ضلعے ...... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

پچیسویں شکل ۔ مسئلہ

اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو
ضلعے دوسرے مثلث کے دو ضلعوں
کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں لیکن
ایک کا قاعدہ دوسرے کے قاعدے سے
بڑا ہو تو جس مثلث کا قاعدہ بڑا ہے
اس کے ضلعوں کا درمیانی زاویہ دوسرے
کے ضلعوں کے درمیانی زاویے سے
بڑا ہوگا۔

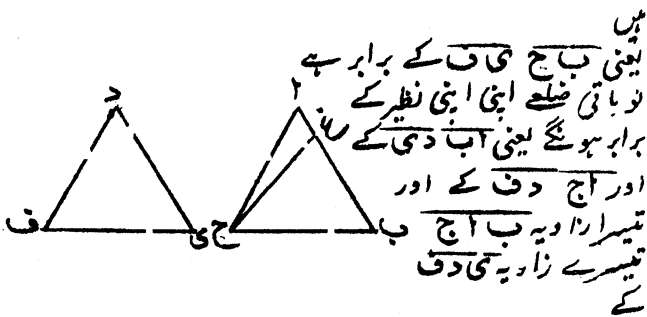
فرض کرو اب ج دی ف دو مثلث ہیں جن کے دو ضلعے اب
اور اج دو ضلعوں دی اور دف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر
ہیں

یعنی اب دی کے برابر ہے
اور اج دف کے
مگر قاعدہ ب ج قاعدہ
ی ف سے بڑا ہے
تو زاویہ ب اج زاویہ ی د ف سے بڑا ہوگا

کیونکہ اگر زاویہ ب اج زاویہ ی د ف سے بڑا نہ ہو
تو بالضرور اس کے برابر ہوگا یا اس سے چھوٹا
اگر زاویہ ب اج زاویہ ی د ف کے برابر ہو
تو قاعدہ ب ج قاعدہ ی ف کے برابر ہوگا (م اش ۴)
لیکن وہ برابر نہیں ہے
اس واسطے زاویہ ب اج زاویہ ی د ف کے برابر نہیں
ہے
اور اگر زاویہ ب اج زاویہ ی د ف سے چھوٹا ہو
تو قاعدہ ب ج قاعدہ ی ف سے چھوٹا ہوگا (م اش ۲۴)
مگر وہ چھوٹا نہیں ہے
اس واسطے زاویہ ب اج زاویہ ی د ف سے چھوٹا نہیں
ہے
اور یہ بھی ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ ب اج زاویہ ی د ف کے
برابر نہیں ہے
اس لئے زاویہ ب اج زاویہ ی د ف سے بڑا ہی ہوا
پس اگر دو مثلثوں میں ایک مثلث کے دو ضلعے ..... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

چھبیسوین شکل مسئلہ

اگر دو مثلثوں مین ایک مثلث کے دو
زاویے دوسرے مثلث کے دو زاویوں
کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوں اور

ان کا ایک ایک ضلع یعنی وہ ضلع
جو ہر ایک مثلث میں برابر زاویوں
کے متصل یا ان کے مقابل ہے برابر
ہو تو باقی ضلعے اپنی اپنی نظیر کے
برابر ہونگے اور ایک مثلث کا تیسرا
زاویہ بھی دوسرے مثلث کے تیسرے
زاویے کے برابر ہوگا۔

فرض کرو اب ج اور دی ف دو مثلث ہیں۔ جن کے زاویے
اب ج اور ب ج ا زاویوں دی ف اور ی ف د کے اپنی اپنی
نظیر کے برابر ہیں
یعنی اب ج دی ف کے برابر ہے
اور ب ج ا ی ف د کے
اور ان کا ایک ایک ضلع بھی باہم برابر ہے
اولاً فرض کرو کہ وہ ضلعے جو برابر زاویوں کے متصل ہیں برابر
ہیں
یعنی ب ج ی ف کے برابر ہے
تو باقی ضلعے اپنی نظیر کے
برابر ہونگے یعنی ا ب دی کے
اور ا ج د ف کے اور
تیسرا زاویہ ب ا ج
تیسرے زاویہ ی د ف
کے

کیونکہ اگر اب دی کے برابر نہ ہو تو بالضرور ان میں سے ایک نہ ایک بڑا ہوگا

فرض کرو اب دی سے بڑا ہے

ب غ ی د کے برابر بناؤ (م اش ۳)

اور غ ج کو ملاؤ

تو چونکہ مثلثوں غ ب ج اور دی ف میں غ ب دی کے برابر ہے اور ب ج ی ف کے (فرضاً)

تو دو ضلعے غ ب اور ب ج دو ضلعوں دی اور ی ف کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں

اور زاویہ غ ب ج زاویہ دی ف کے برابر ہے

اس لئے قاعدہ غ ج قاعدہ د ف کے برابر ہوا (م اش ۴)

اور مثلث غ ب ج مثلث دی ف کے

اور دونو مثلثوں کے باقی زاویے جن کے مقابل برابر ضلعے ہیں اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے

اس لئے زاویہ غ ج ب زاویہ د ف ی کے برابر ہوا

مگر زاویہ د ف ی زاویہ ا ج ب کے برابر ہے (فرضاً)

اس لئے زاویہ غ ج ب بھی زاویہ ا ج ب کے برابر ہوا (علم ۱)

یعنی چھوٹا زاویہ بڑے زاویے کے برابر ہوا

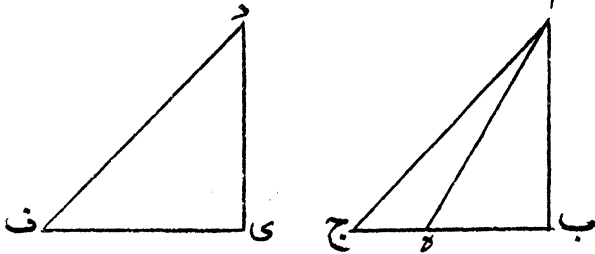
اور یہ غیر ممکن ہے

اس لئے اب دی کے غیر مساوی نہیں ہے

یعنی اب دی کے برابر ہے

پس چونکہ مثلثوں اب ج اور دی ف میں اب دی کے برابر ہے اور ب ج ی ف کے (فرضاً)
اور زاویہ اب ج زاویہ دی ف کے برابر ہے (فرضاً)
اس لئے قاعدہ اج قاعدہ دف کے برابر ہوا (م ا ش ۴)
اور تیسرا زاویہ ب اج تیسرے زاویے ی دف کے
ثانیاً فرض کرو کہ وہ ضلعے جو دونو مثلثوں میں برابر زاویوں کے مقابل ہیں آپس میں برابر ہوں
یعنی اب دی کے برابر ہو
تو اس صورت میں بھی باقی ضلعے آپس میں برابر ہونگے
یعنی اج دف کے برابر ہوگا اور ب ج ی ف کے اور تیسرا زاویہ ب اج تیسرے زاویے ی دف کے

ا د

ب ہ ج ی ف

کیونکہ اگر ب ج ی ف کے برابر نہ ہو تو بالضرور ان میں سے ایک نہ ایک بڑا ہوگا
فرض کرو ب ج ی ف سے بڑا ہے
ب ہ کو ی ف کے برابر بناؤ (م ا ش ۳)

اور ا ہ کو ملاؤ

تو چونکہ دو مثلثوں ا ب ہ اور د ی ف ہیں ا ب د ی کے برابر ہے اور ب ہ ی ف کے ۔

اور زاویہ ا ب ج زاویہ د ی ف کے (فرضاً)

اس لئے قاعدہ ا ہ قاعدہ د ف کے برابر ہوا (م اش ۴)

اور مثلث ا ب ہ مثلث د ی ف کے

اور دونو مثلثوں کے باقی زاوے جن کے مقابل برابر ضلعے ہیں اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے

اس لئے زاویہ ب ہ ا زاویہ ی ف د کے برابر ہوا

لیکن زاویہ ی ف د زاویہ ب ج ا کے برابر ہے (فرضاً)

اس لئے زاویہ ب ہ ا زاویہ ب ج ا کے برابر ہوا (علم ۱)

یعنی مثلث ا ہ ج کا زاویۂ خارجہ ب ہ ا مقابل کے زاویۂ داخلہ ب ج ا کے برابر ہوا

اور یہ غیر ممکن ہے (م اش ۱۶)

اس لئے ب ج ی ف کے غیر مساوی نہیں ہے

یعنی ب ج ی ف کے برابر ہے

پس چونکہ مثلثوں ا ب ج اور د ی ف میں ا ب د ی کے برابر ہے اور ب ج ی ف کے (فرضاً)

اور درمیانی زاویہ ا ب ج درمیانی زاوے د ی ف کے برابر ہے (فرضاً)

اس لئے قاعدہ ا ج قاعدہ د ف کے برابر ہوا (م اش ۴)

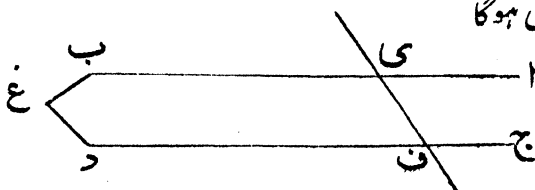
اور تیسرا زاویہ ب ا ج تیسرے زاوے ی د ف کے

پس اگر دو مثلثوں میں سے ایک مثلث کے ...... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

ستائیسویں شکل۔ مسئلہ

اگر ایک خط مستقیم دو اور مستقیم
خطوں پر واقع ہو کر متبادلے زاوئے
آپس میں برابر پیدا کرے تو یہ دونو
خط مستقیم متوازی ہونگے۔

فرض کرو خط ی ف دو مستقیم خطوں اب اور ج د پر واقع ہوکر متبادلے زاوئے ا ی ف اور ی ف د آپس میں برابر پیدا کرتا ہے

تو اب ج د کا
متوازی ہوگا

کیونکہ اگر اب ج د کا متوازی نہ ہو
تو اب اور ج د بڑھ کر یا ا اور ج کی طرف یا ب اور د
کی طرف آپس میں مل جائینگے
فرض کرو اب اور ج د بڑھائے جائیں
اور ب اور د کی طرف نقطہ غ پر ملیں

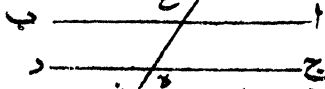
تو غ ی ف ایک مثلث ہو گیا
اور اس کا زاویۂ خارجہ ا ی ف مقابل کے زاویۂ داخلہ ی ف غ
سے بڑا ہے (م ۱ ش ۱۶)
لیکن زاویہ ا ی ف زاویہ ی ف غ کے برابر ہے (فرضاً)
اس لئے زاویہ ا ی ف زاویہ ی ف غ سے بڑا بھی ہے اور اس
کے برابر بھی ہے
اور یہ غیر ممکن ہے
اس لئے ا ب اور ج د ب اور د کی طرف بڑھ کر نہیں مل سکتے
اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ وہ ا اور ج کی طرف بھی بڑھ کر
نہیں مل سکتے
مگر جو خط مستقیم کہ ایک ہی سطح میں واقع ہوں اور کتنی ہی دور
تک بڑھائے جائیں اور کسی طرف آپس میں نہ ملیں تو متوازی
ہوتے ہیں (م ۱ حد ۳۵)
اس لئے ا ب ج د کا متوازی ہے
پس اگر ایک خطِ مستقیم دو اور مستقیم خطوں ...... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

اٹھائیسویں شکل ـ مسئلہ

اگر ایک خط مستقیم دو اور مستقیم خطوں
پر واقع ہو کر اپنی ایک ہی سمت میں
زاویۂ خارجہ مقابل کے زاویہ داخلہ کے برابر
پیدا کرے یا ایک ہی طرف کے داخلی زاویئے

باہم دو قائموں کے برابر بنائے تو وہ
خط مستقیم متوازی ہونگے۔

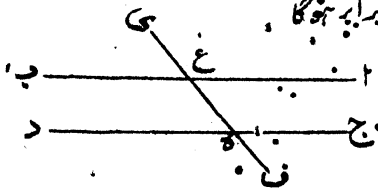
فرض کرو خطِ مستقیم ی ف دو مستقیم خطوں ا ب اور ج د پر
واقع ہو کر اپنی ایک ہی سمت میں زاویہ خارج ی غ ب مقابل
کے زاویۂ داخلہ غ ہ د کے برابر پیدا کرتا ہے
یا ایک ہی طرف کے دو داخلے زاویے ب غ ہ اور غ ہ د باہم دو
قائموں کے برابر بناتا ہے
تو ا ب ج د کا
متوازی ہوگا

ی غ ا ب ج ہ د ف

چونکہ زاویہ ی غ ب زاویہ غ ہ د کے برابر ہے (فرضاً)
اور زاویہ ی غ ب زاویہ ا غ ہ کے برابر ہے (م اش ۱۵)
اس لئے زاویہ ا غ ہ زاویہ غ ہ د کے برابر ہوا (علم ۲)
اور یہ زاویے متبادلے ہیں
اس لئے ا ب ج د کا متوازی ہوا (م اش ۲۷)
اور چونکہ زاویے ب غ ہ اور غ ہ د مل کر دو قائموں کے برابر
ہیں (فرضاً)
اور زاویہ ا غ ہ اور ب غ ہ بھی مل کر دو قائموں کے
برابر ہیں (م اش ۱۳)
اس لئے زاویہ ا غ ہ اور ب غ ہ زاویوں ب غ ہ اور غ ہ د
کے برابر ہوئے (علم ۱)
ان میں سے زاویہ مشترک ب غ ہ کو نکالو
تو باقی زاویہ ا غ ہ باقی زاویہ غ ہ د کے برابر رہا (علم ۳)

اور یہ زاویئے متبادلے ہیں
اس لئے آب ج د کا متوازی ہوا (م اش ۲۷)
پس اگر ایک خطِ مستقیم دو اور مستقیم خطوں پر واقع ہو کر... الخ
اور یہی مقصود تھا

انتیسویں شکل۔ مسئلہ

اگر ایک خطِ مستقیم دو متوازی مستقیم خطوں پر واقع ہو تو وہ خط متبادلے زاویئے باہم برابر پیدا کریگا اور اپنی ایک ہی سمت میں زاویۂ خارجہ مقابل کے زاویۂ داخلہ کے برابر بنائیگا اور ایک ہی طرف کے دو داخلے زاویئے بھی دو قائموں کے برابر پیدا کریگا۔

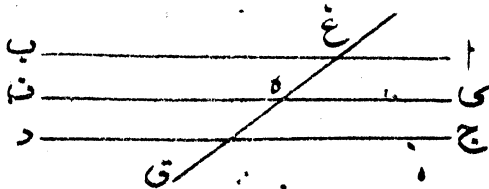
فرض کرو خطِ مستقیم ی ف دو متوازی مستقیم خطوں آ ب اور ج د پر واقع ہوتا ہے
تو متبادلے زاویئے آ غ ہ اور غ ہ د آپس میں برابر ہونگے اور خط ی ف کی ایک سمت میں زاویۂ خارجہ ی غ ب مقابل کے زاویۂ داخلہ غ ہ د کے برابر ہوگا۔
اور ایک طرف کے دو داخلے زاویئے ب غ ہ اور غ ہ د مل کر دو قائموں کے برابر ہونگے

کیونکہ اگر زاویہ اع ہ زاویہ متبادلہ غ ہ د کے برابر نہ ہو
تو فرض کرو
اغ ہ غ ہ د سے بڑا ہے
چونکہ زاویہ اع ہ زاویہ ع ہ د سے بڑا ہے
ان غیر مساویوں پر زاویہ ب ع ہ زیادہ کرو
تو زاویے اع ہ اور ب ع ہ زاویوں ب ا غ ہ اور غ ہ د سے
بڑے ہونگے (علم ۴)
مگر زاویہ اع ہ اور ب ع ہ دو قائموں کے برابر ہیں (م اش ۱۳)
اس لئے زاویہ ب غ ہ اور غ ہ د دو قائموں سے کم ہوئے
مگر جو دو خط مستقیم ایک اور خط مستقیم سے ایک ہی طرف
کے داخلے زاویے دو قائموں سے کم پیدا کریں پس اگر وہ
بڑھائے جائیں تو آپس میں مل جائینگے (علم ۱۲)
اس لئے اگر خطِ مستقیم اب اور ج د بڑھائے جائیں تو مل
جائینگے مگر چونکہ یہ خط مستقیم متوازی ہیں (فرضاً)
اس لئے وہ ہرگز نہیں مل سکتے
اس واسطے زاویہ اع ہ زاویہ ع ہ د کے غیر مساوی نہیں
ہے
یعنی زاویہ اع ہ زاویہ غ ہ د کے برابر ہی ہے
مگر زاویہ اع ہ زاویہ ی غ ب کے برابر ہے (م اش ۱۵)
تو زاویہ ی غ ب بھی زاویہ غ ہ د کے برابر ہوا (علم ۱)
ان میں سے ہر ایک پر زاویہ ب ا غ ہ زیادہ کرو
تو زاویے ی ع ب اور ب ع ہ زاویوں ب غ ہ اور غ ہ د کے

برابر ہوئے (علم ۲) •
مگر ی غ ب اور ب غ ہ دو قائموں کے برابر ہیں (م اش ۱۳)
اس لئے زاوئے ب غ ہ اور غ ہ د بھی دو قائموں کے برابر ہوئے
پس اگر ایک خطِ مستقیم دو متوازی مستقیم خطوں پر...... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

تیسویں شکل۔ مسئلہ

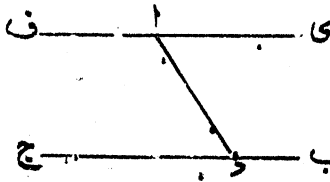
جو مستقیم خط ایک ہی خط مستقیم
کے متوازی ہوں وہ آپس میں بھی
متوازی ہوتے ہیں

فرض کرو مستقیم خطوں اب اور ج د میں سے ہر ایک ی ف
کے متوازی ہے
تو اب بھی ج د کے متوازی ہوگا

ب ــــــــ غ ــــــــ ا
ف ــــــــ ہ ــــــــ ی
د ــــــــــــــــ ج
ق

فرض کرو خطِ مستقیم غ ہ ق خطوں اب اور ی ف اور ج د
سے تقاطع کرتا ہے
تو چونکہ غ ہ ق متوازی مستقیم خطوں اب اور ی ف سے
تقاطع کرتا ہے

توزاویہ اغ ہ زاویہ متبادلہ ع ہ ف کے برابر ہے (م ا ش ۲۹)
اورچونکہ ع ہ ق متوازی مستقیم خطوں ی ف اور ج د سے
تقاطع کرتا ہے
توزاویۂ خارجہ ع ہ ف زاویۂ داخلہ ہ ق د کے برابر ہے (م ا
ش ۲۹)
اور پہلے ثابت ہو چکا ہے کہ زاویہ اغ ہ زاویہ ع ہ ف کے
برابر ہے
اس لئے زاویہ اغ ہ زاویہ غ ق د کے برابر ہوا
اور یہ زاوئے متبادلے ہیں
اس لئے ا ب ج د ہ متوازی ہے (م ا ش ۲۷)
پس جو خط مستقیم ایک ہی خط مستقیم کے متوازی ہوں ...... الخ
اوریہی مقصود تھا +

اکتیسویں شکل سؤال

نقطۂ مفروضہ سے ایک خط مستقیم
کسی خط مستقیم مفروضہ کا متوازی
کھینچو۔

فرض کرو ا نقطۂ مفروضہ ہے
اور د ب ج خط مستقیم مفروض
ہم چاہتے ہیں کہ نقطۂ ا سے
ایک خط مستقیم خط مستقیم
مفروض ب ج کا متوازی کھینچیں

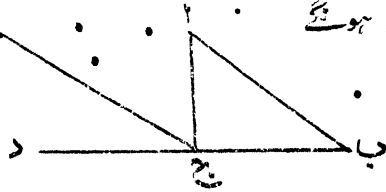
ف ــــــ ا ــــــ ی
ج ــــــ د ــــــ ب

خط ب ج میں کوئی نقطہ د مقرر کرو اور ا د کو ملاؤ
خطِ مستقیم ا د کے نقطہ ا پر زاویہ د ا ی زاویہ ا د ج کے برابر بناؤ (م ا ش ۲۳)
اور خط مستقیم ی ا کو ف تک بڑھاؤ
تو ی ف ب ج کا متوازی ہوگا
چونکہ خط مستقیم ا د مستقیم خطوں ی ف اور ب ج سے ملتا ہے اور متبادلے زاویئے ی ا د اور ا د ج اپس میں برابر پیدا کرتا ہے
اس لئے ی ف ب ج کا متوازی ہوا (م ا ش ۲۷)
پس نقطۂ مفروضہ ا سے خطِ مستقیم ی ا ف خطِ مستقیم مفروض ب ج کا متوازی کھچ گیا
اور یہی مطلوب تھا۔

بتیسویں شکل۔ مسئلہ

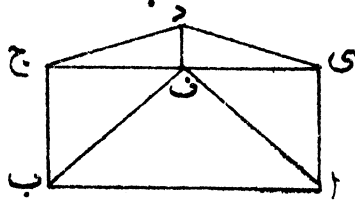
اگر کسی مثلث کا ایک ضلع بڑھایا جائے
تو زاویۂ خارجہ مقابل کے دو داخلے
زاویوں کے برابر ہوگا اور ہر ایک
مثلث کے تینوں داخلے زاویئے ملکر
دو قائموں کے برابر ہوتے ہیں

فرض کرو ا ب ج مثلث ہے جس کے تین ضلعوں میں سے ایک ضلع ب ج د تک بڑھایا گیا ہے
تو زاویۂ خارجہ ا ج د مقابل کے دو داخلے زاویوں ج ا ب اور ا ب ج

کے برابر ہوگا
اور تینوں داخلے زاویے ا ب ج اور ب ج ا اور ج ا ب دو قائموں
کے برابر ہونگے

نقطہ ج سے ج ی ب ا کا متوازی کھینچو (م اش ۳۱)
تو چونکہ ج ی ب ا کا متوازی ہے
اور ا ج ان دونوں سے ملتا ہے
اس لئے زاویہ ا ج ی زاویہ متبادلہ ب ا ج کے برابر ہے
(م اش ۲۸)
اور چونکہ ج ی ا ب کا متوازی ہے
اور ب د ان پر واقع ہوا ہے
تو زاویۂ خارجہ ی ج د مقابل کے زاویۂ داخلہ ا ب ج کے برابر
ہے (م اش ۲۹)
مگر زاویہ ا ج ی زاویہ ب ا ج کے برابر ثابت ہو چکا ہے
اس واسطے پورا زاویۂ خارجہ ا ج د مقابل کے دو داخلے زاویوں
ج ا ب اور ا ب ج کے برابر ہے (علم ۲)
ان مساویوں پر زاویہ ا ج ب زیادہ کرو
تو زاویے ا ج د اور ا ج ب تینوں زاویوں ج ا ب اور ا ب ج
اور ا ج ب کے برابر ہونگے (علم ۲)

مگر زاویۂ اج د اور اج ب دو قائموں کے برابر ہیں (دم اش ۱۳)
اس واسطے زاویۂ ج اب اور اب ج اور اج ب بھی دو قائموں کے برابر ہوئے (علم ۱)
پس اگر کسی مثلث کا ایک ضلع بڑھایا جائے .... الخ
اور یہی مقصود تھا +

پہلا حاصل

کسی شکل مستقیم الخطوط کے سب داخلے زاویے مع چار قائموں کے اُس کے ضلعوں کی تعداد سے دوچند قائموں کے برابر ہیں

کیونکہ اگر کسی نقطہ ف سے جو شکل مستقیم الخطوط اب ج د ی کے اندر ہے خط مستقیم ہر ایک زاویے تک کھینچے جائیں تو وہ اتنے ہی مثلثوں میں جتنے اس کے ضلعے ہیں تقسیم ہوسکتی ہے۔
چونکہ کسی مثلث کے تینوں داخلے زاویے دو قائموں کے برابر ہوتے ہیں اور اس شکل میں اتنے ہی مثلث ہیں جتنے اس کے ضلعے ہیں اس لئے اِن مثلثوں کے سب زاویے اس شکل کے ضلعوں کی تعداد سے دوچند قائموں کے برابر ہیں

مگر ان مثلثوں کے وہی زاویے شکل کے داخلے زاویوں اور اُن زاویوں کے جو نقطہ ف پر واقع ہیں برابر ہیں

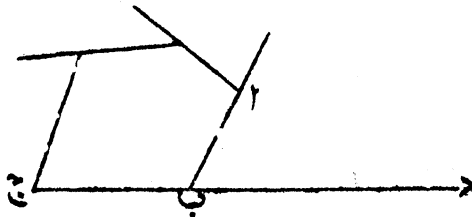
اور نقطہ ف پر جو تمام مثلثوں کا راس مشترک ہے جتنے زاویے واقع ہیں چار قائموں کے برابر ہیں (م احاصل ۲ ش ۱۵)

اس لئے ان مثلثوں کے وہی زاویے شکل کے زاویوں اور چار قائموں کے برابر ہیں

مگر پہلے ثابت ہوچکا ہے کہ مثلثوں کے زاویے اس شکل کے ضلعوں کی تعداد سے دوچند قائموں کے برابر ہیں

اس لئے شکل کے سب زاویے مع چار قائموں کے اس کے ضلعوں کی تعداد سے دوچند قائموں کے برابر ہوئے

دوسرا حاصل

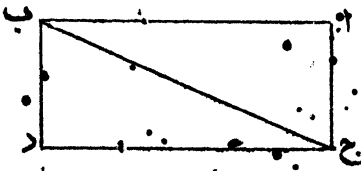
کسی شکل مستقیم الخطوط کے کل خارجے زاویے جو ضلعوں کے ایک ہی طرف بڑھانے سے پیدا ہوتے ہیں ملکر چار قائموں کے برابر ہیں

چونکہ کوئی سا زاویہ داخلہ مثلاً ا ب ج مع زاویۂ خارجہ متصلہ ا ب د کے دو قائموں کے برابر ہے (م ا ش ۱۳)

اس لئے شکل کے تمام داخلے زاویے مع تمام خارجے زاویوں کے
اس کے ضلعوں کی تعداد سے دوچند قائموں کے برابر ہیں
مگر پہلے حاصل میں ثابت ہو چکا ہے کہ سب داخلے زاویے مع
چار قائموں کے شکل کے ضلعوں کی تعداد سے دو چند قائموں
کے برابر ہیں
اس لئے تمام داخلے زاویے مع تمام خارجے زاویوں کے تمام
داخلے زاویوں اور چار قائموں کے برابر ہیں (علم ۱)
ان مساویوں میں سے تمام داخلے زاویے نکالو
تو شکل کے سب خارجے زاویے چار قائموں کے برابر رہے

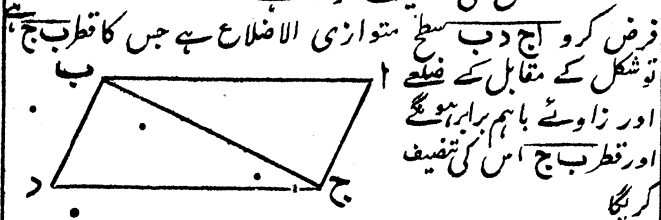
تینتیسویں شکل ـ مسئلہ

جو خط مستقیم دو متساوی اور متوازی
مستقیم خطوں کی ایک ایک طرف کی
حدوں میں ملائے جائیں۔ وہ خود بھی
متساوی اور متوازی ہوتے ہیں۔

فرض کرو اب اور ج د خط مستقیم متساوی اور متوازی ہیں
جن کی ایک ایک طرف
پر خط مستقیم ا ج
اور ب د ملائے گئے
ہیں تو اج اور ب د
متساوی اور متوازی
ہونگے

ب ا
د ج

ب ج کو ملاؤ
تو چونکہ اب ج د کا متوازی ہے اور ب ج ان سے ملتا ہے
اس لئے زاویہ ا ب ج زاویہ متبادلہ ب ج د کے برابر ہے
(م ا ش ۲۹)
اور چونکہ اب ج د کے برابر ہے اور ب ج دو مثلثوں ا ب ج
اور د ج ب میں مشترک ہے
تو دو ضلعے ا ب اور ب ج دو ضلعوں د ج اور ج ب کے اپنی
اپنی نظیر کے برابر ہیں اور زاویہ ا ب ج زاویہ ب ج د کے برابر
ثابت ہو چکا ہے
اس لئے قاعدہ ا ج قاعدہ ب د کے برابر ہوا (م ا ش ۴)
اور مثلث ا ب ج مثلث ب ج د کے
اور دونو مثلثوں کے باقی زاویے جن کے مقابل برابر ضلعے
ہیں اپنی اپنی نظیر کے برابر ہوئے
اس لئے زاویہ ا ج ب زاویہ ج ب د کے برابر ہوا
اور چونکہ خط مستقیم ب ج دو مستقیم خطوں ا ج اور ب د سے
ملکر متبادلے زاوئے ا ج ب اور ج ب د باہم برابر پیدا کرتا ہے
اس لئے ا ج ب د کا متوازی ہؤا (م ا ش ۲۷)
اور ا ج ب د کے برابر ثابت ہو چکا ہے
پس جو خط مستقیم دو متساوی اور متوازی مستقیم لموں .. الخ
اور یہی مقصود تھا۔

چونتیسویں شکل مسئلہ

سطح متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلعے
اور زاویئے باہم برابر ہوتے ہیں اور قطر
اس کی تنصیف کرتا ہے۔

فرض کرو اج د ب سطح متوازی الاضلاع ہے جس کا قطر ب ج ہے
تو شکل کے مقابل کے ضلعے
اور زاویئے باہم برابر ہونگے
اور قطر ب ج اس کی تنصیف
کریگا

ب ا د ج

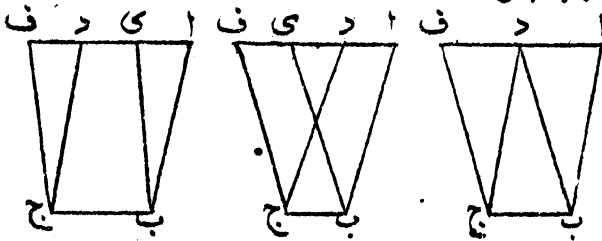
چونکہ ا ب ج د کا متوازی ہے اور ب ج ان سے ملتا ہے
اس لئے زاویہ ا ب ج زاویۂ متبادلہ ب ج د کے برابر ہے (م ا ش ۲۹)
اور چونکہ اج ب د کا متوازی ہے اور ب ج ان سے ملتا ہے
اس لئے زاویہ اج ب زاویۂ متبادلہ ج ب د کے برابر ہے
(م ا ش ۲۹)
اب چونکہ دو مثلثوں ا ب ج اور ج ب د میں ایک مثلث کے دو
زاویئے ا ب ج اور ب ج ا دوسرے مثلث کے دو زاویوں ب ج د
اور ج ب د کے اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں
اور ایک ضلع ب ج جو ان مثلثوں کے برابر زاویوں کے متصل ہے
ان میں مشترک ہے
اس لئے اُن کے باقی ضلعے اپنی اپنی نظیر سے باہم برابر ہیں

اور ایک مثلث کا تیسرا زاویہ دوسرے کے تیسرے زاویئے کے برابر ہے (م اش ۲۶)
یعنی ضلع اب ضلع ج د کے برابر ہے اور اج ب د کے
اور زاویہ ب اج زاویہ ب د ج کے
اور چونکہ زاویہ اب ج زاویہ ب ج د کے برابر ہے
اور زاویہ ج ب د زاویہ اج ب کے
اس لئے پورا زاویہ اب د پورے زاویئے اج د کے برابر ہے (ع م ۲)
اور زاویہ ب اج زاویہ ب د ج کے برابر ثابت ہو چکا ہے
پس سطح متوازی الاضلاع کے مقابل کے ضلع اور زاویے باہم برابر ہوئے
اور قطر ب ج اس کی تنصیف بھی کرتا ہے
چونکہ اب ج د کے برابر ہے اور ب ج مشترک ہے
تو دو ضلعے اب اور ب ج دو ضلعوں د ج اور ج ب کے اپنی اپنی نظیر سے برابر ہیں
اور زاویہ اب ج زاویہ ب ج د کے برابر ثابت ہو چکا ہے
اس لئے مثلث اب ج مثلث ب ج د کے برابر ہوا (م اش ۴)
پس قطر ب ج نے سطح متوازی الاضلاع اج د ب کی تنصیف کر دی
اور یہی مقصود تھا۔

پینتیسویں شکل ۔ مسئلہ

جو متوازی الاضلاع سطحیں ایک ہی قاعدے
پر ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع
ہوں وہ باہم برابر ہوتی ہیں۔

فرض کرو متوازی الاضلاع سطحیں اب ج د اور ی ب ج ف ایک
ہی قاعدہ ب ج پر اور ایک ہی متوازی خطوں ا ف اور ب ج
کے درمیان واقع ہیں
تو سطح متوازی الاضلاع اب ج د سطح متوازی الاضلاع ی ب ج ف
کے برابر ہوگی

ف د ی ا ف ی د ا ف د ا
ج ب ج ب ج ب

اگر سطح متوازی الاضلاع اب ج د اور د ب ج ف کے ضلعے ا د اور
د ف جو قاعدہ ب ج کے مقابل ہیں ایک ہی نقطہ د پر منتہی
ہوں تو ظاہر ہے۔ کہ ان متوازی الاضلاع سطحوں میں سے ہر ایک
مثلث ب د ج سے دو چند ہے (م ش ۳۴)۔
اسلئے سطح متوازی الاضلاع اب ج د سطح متوازی الاضلاع
د ب ج ف کے برابر ہے (علم ٦)۔

لیکن اگر ضلعے آد اور ی ف جو قاعدہ ب ج کے مقابل ہیں ایک
ہی نقطے پر منتہی نہ ہوں
تو چونکہ اب ج د سطح متوازی الاضلاع ہے۔
اس لئے آد ب ج کے برابر ہے (م ا ش ۳۴)
اوراسی طرح سے ی ف ب ج کے برابر ہے
اس لئے آد ی ف کے برابر ہے (علم ۱)
اور دی مشترک ہے
اس لئے پورا یا باقی آی پورے یا باقی دف کے برابر ہے
(علم ۲ یا ۳)
اور اب دج کے برابر ہے (م اش ۳۴)
تو چونکہ مثلثوں ی اب اور ف دج میں ف دی آ کے برابر ہے
اور دج آب کے
اور خارجہ زاویہ ف دج مقابل کے داخلے زاویے ی اب کے برابر
ہے (م اش ۲۹)
اس لئے قاعدہ ف ج قاعدہ ی ب کے برابر ہے (م اش ۴)
اور مثلث ف دج مثلث ی اب کے برابر ہے
شکل منحرف اب ج ف میں سے مثلث ف دج نکالو
اوراسی منحرف میں سے مثلث ی اب نکالو
تو باقی برابر رہے (علم ۳)
اسلئے سطح متوازی الاضلاع اب ج د سطح متوازی الاضلاع
ی ب ج ف کے برابر ہوئی
پس جو متوازی الاضلاع سطحیں............... الخ

اور یہی مقصود تھا۔

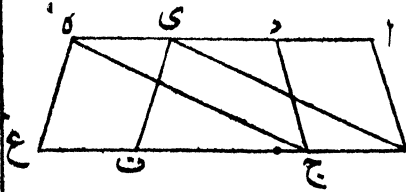
چھتیسویں شکل۔ مسئلہ

جو متوازی الاضلاع سطحیں برابر قاعدوں پر ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع ہوں وہ باہم برابر ہوتی ہیں۔

فرض کرو سطحیں ا ب ج د اور ی ف ع ہ برابر قاعدوں ب ج اور ف ع پر ایک ہی متوازی خطوں ا ہ اور ب ع کے درمیان واقع ہیں

تو سطح متوازی الاضلاع ا ب ج د سطح متوازی الاضلاع ی ف ع ہ کے برابر ہوگی

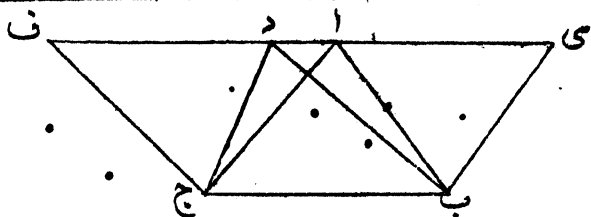
ہ ی د ا
ع ف ج ب

ب ی اور ج ہ کو ملاؤ۔

تو چونکہ ب ج ف ع کے برابر ہے (فرضاً)
اور ف ع ی ہ کے (م اش ۳۴)
اس لئے ب ج ی ہ کے برابر ہے۔ (علم ۱)
اور یہ خط متوازی ہیں اور ان کی ایک ایک طرف میں خط مستقیم ب ی اور ج ہ ملائے گئے ہیں۔
لیکن جو خط مستقیم دو متساوی اور متوازی مستقیم خطوں کے ایک ایک طرف کی حدوں سے ملائے جائیں وہ خود بھی متساوی اور متوازی

ہوتے ہیں (م ا ش ۳۳)
اس لئے ب ی اور ج ہ متساوی اور متوازی ہیں
اور ی ب ا ج ہ سطح متوازی الاضلاع ہے (حد ا)
تو چونکہ متوازی الاضلاع سطحیں اب ج د اور ی ب ج ہ ایک ہی قاعدہ ب ج پر ایک ہی متوازی خطوں ب ج اور ا ہ کے درمیان واقع ہیں
اس لئے سطح متوازی الاضلاع اب ج د سطح متوازی الاضلاع ی ب ج ہ کے برابر ہے (م ا ش ۳۵)
اسی طرح سے سطح متوازی الاضلاع ی ف ع ہ سطح متوازی الاضلاع ی ب ج ہ کے برابر ہے
اس لئے سطح متوازی الاضلاع اب ج د سطح متوازی الاضلاع ی ف ع ہ کے برابر ہوئی
پس جو متوازی الاضلاع سطحیں .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

سینتیسویں شکل۔ مسئلہ

جو مثلث ایک ہی قاعدے پر ایک
ہی متوازی خطوں کے درمیان واقع
ہوں وہ باہم برابر ہوتے ہیں

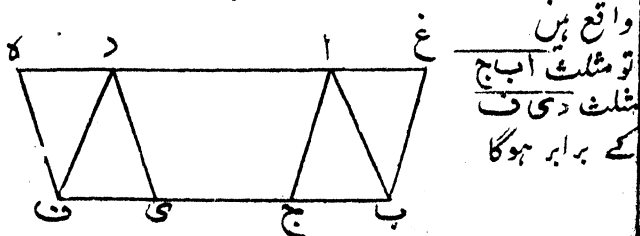
فرض کرو مثلث اب ج اور د ب ج ایک ہی قاعدہ ب ج پر ایک ہی متوازی خطوں ا د اور ب ج کے درمیان واقع ہیں
تو مثلث اب ج مثلث د ب ج کے برابر ہوگا

اد کو دونو طرف نقطوں ی اور ف تک بڑھاؤ
نقطہ ب سے ب ی ج ا کا متوازی
اور نقطہ ج سے ج ف ب د کا متوازی کھینچو (م ا ش ۳۱)
تو شکلوں ی ب ج ا اور د ب ج ف میں سے ہر ایک متوازی
الاضلاع ہے اور ی ب ج ا د ب ج ف کے برابر ہے (م ا
ش ۳۵)
کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ ب ج پر ایک ہی متوازی خطوں ب ج
اور ی ف کے درمیان واقع ہیں۔
اور چونکہ قطر ا ب سطح متوازی الاضلاع ی ب ج ا کی تنصیف
کرتا ہے۔
اس لئے مثلث ا ب ج سطح متوازی الاضلاع ی ب ج ا کا نصف
ہے (م ا ش ۳۴)
اور چونکہ قطر د ج سطح متوازی الاضلاع د ب ج ف کی تنصیف
کرتا ہے
اس لئے مثلث د ب ج سطح متوازی الاضلاع د ب ج ف کا
نصف ہے

مگر برابر چیزوں کے نصف برابر ہوتے ہیں (علم ۷)
اس لئے مثلث ا ب ج مثلث د ب ج کے برابر ہے
پس جو مثلث ایک ہی قاعدے پر .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

اڑتیسویں شکل مسئلہ

جو مثلث برابر قاعدوں پر ایک ہی
متوازی خطوں کے درمیان واقع ہوں
وہ باہم برابر ہوتے ہیں۔

فرض کرو مثلث ا ب ج اور د ی ف برابر قاعدوں ب ج اور
ی ف پر ایک ہی متوازی خطوں ب ف اور ا د کے درمیان
واقع ہیں
تو مثلث ا ب ج
مثلث د ی ف
کے برابر ہوگا

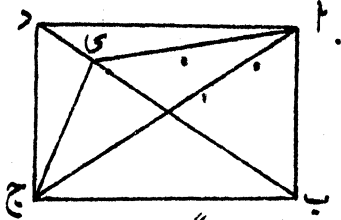
ہ د ا غ
ف ی ج ب

ا د کو نقطوں غ اور ہ تک دونو طرف بڑھاؤ
نقطہ ب سے ب غ ج ا کا متوازی
اور نقطہ ف سے ف ہ ی د کا متوازی کھینچو (م ا ش ۳۱)
تو شکلوں غ ب ج ا اور د ی ف ہ میں سے ہر ایک متوازی الاضلاع
ہے

اور چونکہ وہ برابر قاعدوں ب ج اور ی ف پر ایک ہی متوازی خطوں ب ف اور غ ہ کے درمیان واقع ہیں
اس لئے باہم برابر ہیں۔ (م ا ش ۳۶)
اور چونکہ قطر ا ب سطح متوازی الاضلاع غ ب ج ا کی تنصیف کرتا ہے
اس لئے مثلث ا ب ج سطح متوازی الاضلاع غ ب ج ا کا نصف ہے (م ا ش ۳۴)
اور چونکہ قطر د ف سطح متوازی الاضلاع د ی ف ہ کی تنصیف کرتا ہے
اس لئے مثلث د ی ف سطح متوازی الاضلاع د ی ف ہ کا نصف ہے
مگر برابر چیزوں کے نصف برابر ہوتے ہیں (علم ۷)
اس لئے مثلث ا ب ج مثلث د ی ف کے برابر ہے
پس جو مثلث برابر قاعدوں پر .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

انتالیسویں شکل۔ مسئلہ

جو برابر مثلث ایک ہی قاعدے پر ایک ہی طرف واقع ہوں وہ ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان ہونگے۔

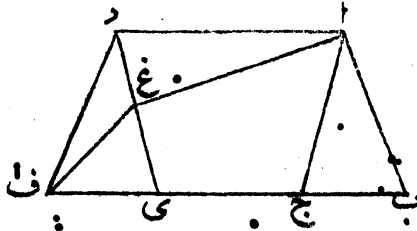
فرض کرو برابر مثلث ا ب ج اور د ب ج ایک ہی قاعدہ ب ج پر اس کی ایک ہی طرف واقع ہیں

تو مثلث ا ب ج
اور د ب ج
ایک ہی متوازی
خطوں کے درمیان
ہونگے

ا د کو ملاؤ تو ا د ب ج کا متوازی ہوگا
کیونکہ اگر وہ اس کا متوازی نہ ہو
تو نقطہ ا سے ا ی جو ب د یا ب د بڑھائے ہوئے سے نقطہ ی
پر ملے ب ج کا متوازی کھینچو (م ا ش ۳۱)
اور ی ج کو ملاؤ
تو مثلث ا ب ج مثلث ی ب ج کے برابر ہے (م ا ش ۳۷)
کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ ب ج پر ایک ہی متوازی خطوں ب ج
اور ا ی کے درمیان واقع ہیں
مگر مثلث ا ب ج مثلث د ب ج کے برابر ہے (فرضاً)
اس لئے مثلث د ب ج مثلث ی ب ج کے برابر ہوا
یعنی بڑا مثلث چھوٹے مثلث کے برابر ہوا
اور یہ غیر ممکن ہے
اس لئے ا ی ب ج کا متوازی نہیں ہے
اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ ا د کے سوا کوئی اور خط ب ج
کا متوازی نہیں ہو سکتا
اس لئے ا د ہی ب ج کا متوازی ہوا

پس جو برابر مثلث ایک ہی قاعدے پر .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

چالیسویں شکل ۔ مسئلہ

جو برابر مثلث برابر قاعدوں پر کہ
ایک ہی خطِ مستقیم میں ہیں ایک ہی
سمت میں واقع ہوں وہ ایک ہی
متوازی خطوں کے درمیان ہونگے۔

فرض کرو برابر مثلث اب ج د ی ف برابر قاعدوں ب ج اور
ی ف پر کہ ایک ہی خط ب ف میں ہیں ایک ہی سمت میں
واقع ہیں
تو وہ ایک ہی متوازی خطوں کے درمیان ہونگے

ا د کو ملاؤ تو ا د ب ف کا متوازی ہوگا
کیونکہ اگر وہ اس کا متوازی نہ ہو
تو نقطہ ا سے ا غ جو ی د یا ی د بڑھائے ہونے سے غ پر
ملتا ہے ب ف کا متوازی کھینچو (م ا ش ۳۱)

اور ج ف کو ملاؤ

تو مثلث ا ب ج مثلث غ ی ف کے برابر ہے (م ا ش ۳۸)
کیونکہ وہ برابر قاعدوں ب ج اور ی ف پر ایک ہی متوازی خطوں
ب ف اور ا غ کے درمیان واقع ہیں

لیکن مثلث ا ب ج مثلث د ی ف کے برابر ہے (فرضاً)
اس لئے مثلث د ی ف مثلث غ ی ف کے برابر ہے (علم ۱)

یعنی بڑا مثلث چھوٹے مثلث کے برابر ہے
اور یہ غیر ممکن ہے
اس واسطے ا غ ب ف کا متوازی نہیں ہے
اسی طرح ثابت ہو سکتا ہے کہ ا د کے سوا کوئی اور خط اُس
کا متوازی نہیں ہو سکتا
اس لئے ا د ہی ب ف کا متوازی ہوا
پس جو برابر مثلث برابر قاعدوں پر .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

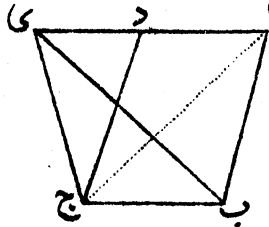
اکتالیسویں شکل مسئلہ

اگر ایک سطح متوازی الاضلاع اور ایک
مثلث ایک ہی قاعدے پر ایک ہی
متوازی خطوں کے درمیان واقع ہوں
تو سطح متوازی الاضلاع مثلث سے
دو چند ہوگی۔

فرض کرو سطح متوازی الاضلاع ا ب ج د اور مثلث ی ب ج ایک

ہی قاعدہ ب ج پر ایک ہی متوازی خطوں ب ج اور ا ی کے درمیان واقع ہیں

تو سطح متوازی الاضلاع ا ب ج د مثلث ی ب ج سے دوچند ہوگی

ا ب ج د ی

اج کو ملاؤ

تو مثلث ا ب ج مثلث ی ب ج کے برابر ہے (م ا ش ۳۷)

کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ ب ج پر ایک ہی متوازی خطوں ب ج اور ا ی کے درمیان واقع ہیں

لیکن سطح متوازی الاضلاع ا ب ج د مثلث ا ب ج سے دوچند ہے

کیونکہ قطر ا ج اس کی تنصیف کرتا ہے (م ا ش ۳۴)

اس لئے ا ب ج د مثلث ی ب ج سے بھی دوچند ہے

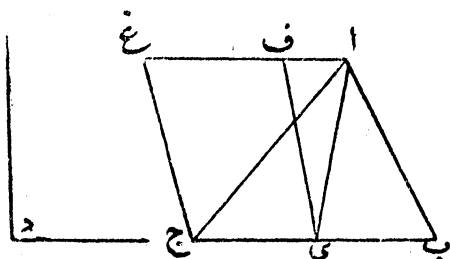
پس اگر سطح متوازی الاضلاع .... الخ

اور یہی مقصود تھا۔

بیالیسویں شکل سوال

ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بناؤ جو ایک مثلث مفروض کے برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ زاویۂ مستقیمۃ الخطین

مفروضہ کے برابر ہو۔

فرض کرو ا ب ج مثلث مفروض ہے
اور د زاویۂ مستقیمۃ الخطین مفروضہ
ہم چاہتے ہیں کہ ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بنائیں جو مثلث
مفروض ا ب ج کے برابر ہو
اور جس کا ایک زاویہ د کے برابر ہو

نقطہ ی پر ب ج
کی تنصیف کرو
(م ا ش ۱۰)
اور ا ی کو ملاؤ

خط مستقیم ی ج کے نقطہ ی پر زاویہ ج ی ف زاویہ د کے برابر
بناؤ (م ا ش ۲۳)
نقطہ ا سے ا ف غ ب ج کا متوازی کھینچو (م ا ش ۳۱)
اور نقطہ ج سے ج غ ی ف کا متوازی کھینچو
تو شکل ج ی ف غ متوازی الاضلاع ہے (حد ا)
چونکہ مثلث ا ب ی اور ا ی ج برابر قاعدوں ب ی اور ی ج
پر ایک ہی متوازی خطوں ب ج اور ا غ کے درمیان واقع
ہیں
اس لئے وہ باہم برابر ہیں (م ا ش ۳۸)

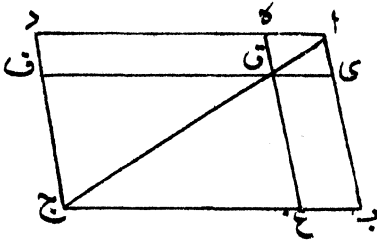
اس لئے مثلث ا ب ج مثلث ا ی ج سے دو چند ہے
لیکن سطح متوازی الاضلاع ف ی ج ع مثلث ا ی ج سے دو چند
ہے (م اش ۴۱)
کیونکہ وہ ایک ہی قاعدہ ی ج پر ایک ہی متوازی خطوں ی ج
اور ا غ کے درمیان واقع ہیں
اس لئے شکل متوازی الاضلاع ف ی ج ع مثلث ا ب ج کے برابر
ہے (علم ۶)
اور اس کا ایک زاویہ ج ی ف زاویہ مفروضہ د کے برابر ہے
پس ف ی ج ع ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بن گئی جو مثلث
مفروض ا ب ج کے برابر ہے اور جس کا ایک زاویہ ج ی ف
زاویہ مفروضہ د کے برابر ہے
اور یہی مطلوب تھا۔

تینتالیسویں شکل ۔ مسئلہ

جو متوازی الاضلاع سطحیں کسی
متوازی الاضلاع کے قطر کے گرد ہوں
ان کے متمم باہم برابر ہوتے ہیں ۔

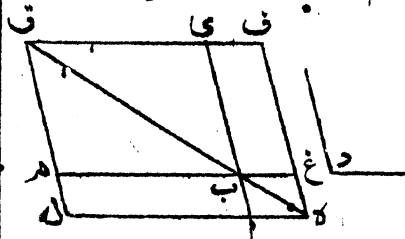
فرض کرو ا ب ج د سطح متوازی الاضلاع ہے جس کا قطر ا ج
ہے
اور ہ ی ہ اور غ ف ا ج کے گرد کی متوازی الاضلاع سطحیں
ہیں
یعنی ایسی متوازی الاضلاع سطحیں ہیں جن کے وسط میں سے ا ج

گزرتا ہے
اور ب ق اور ق د باقی متوازی الاضلاع سطحیں ہیں جو کل شکل
اب ج د کو تمام کرتی ہیں اور اسی سبب سے متمم کہلاتی ہیں تو
متمم ب ق متمم
ق د کے برابر ہوگا

د ہ ا ف ق ی ج خ ب

چونکہ اب ج د متوازی الاضلاع ہے اور اج اسکا قطر ہے
اس لئے مثلث اب ج مثلث ادج کے برابر ہے (م ا ش ۳۴)
اور چونکہ ی ق ہ ا متوازی الاضلاع ہے
اس لئے مثلث ای ق مثلث اہ ق کے برابر ہے (م ا ش ۳۴)
اور اسی طرح سے مثلث ق خ ج مثلث ق ف ج کے برابر ہے
اس لئے دو مثلث ای ق اور ق خ ج دو مثلثوں اہ ق اور
ق ف ج کے برابر ہیں (علم ۲)
لیکن پورا مثلث اب ج پورے مثلث ادج کے برابر ہے
اس لئے باقی متمم ب ق باقی متمم ق د کے برابر رہا
پس جو متوازی الاضلاع سطحیں .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

چوالیسویں شکل۔ سؤال

ایک خطِ مستقیم مفروض پر ایسی سطح
متوازی الاضلاع بناؤ جو مثلث مفروض
کے برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ زاویۂ
مستقیمۃ الخطین مفروضہ کے برابر ہو۔

فرض کرو اب خطِ مستقیم مفروض ہے اور ج مثلث مفروض
اور د زاویۂ مستقیمۃ الخطین مفروضہ
ہم چاہتے ہیں کہ خط مستقیم اب پر ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع
بنائیں جو مثلث ج
کے برابر ہو اور جس
کا ایک زاویہ د کے
برابر ہو

ایک سطح متوازی الاضلاع ب ی ف غ جو مثلث ج کے برابر
ہو اور جس کا زاویہ ی ب غ زاویہ د کے برابر ہو بناؤ (م ا
ش ۴۲)
اس طرح کہ ب ی اور اب سیدھ میں واقع ہوں
ف غ کو ہ تک بڑھاؤ
نقطہ ا سے اہ ب غ یا ی ف کا متوازی کھینچو (م ا ش ۳۱)
اور ہ ب کو ملاؤ

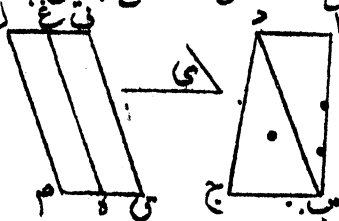
تو چونکہ خطِ مستقیم ہ ف خطوں متوازی ا ہ اور ی ف پر واقع ہؤا ہے
اس لئے زاوئے ا ہ ف اور ہ ف ی ملکر دو قائموں کے برابر ہیں (م اش ۲۹)
اس واسطے زاوئے ب ہ ف اور ہ ف ی دو قائموں سے کم ہیں
لیکن اگر ایک خطِ مستقیم دو مستقیم خطوں پر اس طرح سے واقع ہو۔ کہ ایک ہی طرف کے دو داخلے زاوئے دو قائموں سے کم پیدا کرے تو وہ دونو خطِ مستقیم بڑھانے سے مل جائینگے (علم ۱۲)
اس واسطے ہ ب اور ف ی بڑھانے سے مل جائینگے
فرض کرو کہ بڑھائے جانے سے ق پر ملیں
نقطہ ق سے ق ل ی ا یا ف ہ کا متوازی کھینچو (م اش ۳۱)
اور ہ ا اور غ ب کو یہاں تک بڑھاؤ کہ ق ل سے نقطہ ل اور م پر ملیں
تو ہ ل ق ف متوازی الاضلاع ہے جس کا قطر ہ ق ہے
اور ا غ اور م ی ہ ق کے گرد کی متوازی الاضلاع سطحیں ہیں اور ل ب اور ب ف متمم ہیں
اس لئے متمم ل ب متمم ب ف کے برابر ہے (م اش ۴۳)
لیکن متمم ب ف مثلث ج کے برابر ہے (عملاً)
اس لئے ل ب مثلث ج کے برابر ہے
اور چونکہ زاویہ غ ب ی زاویہ ا ب م کے برابر ہے (م اش ۱۵)
اور زاویہ د کے بھی برابر ہے (عملاً)

اس لئے زاویہ اب م زاویہ د کے برابر ہوا (علم ۱)
پس خط مستقیم اب پر ل ب ایسی سطح متوازی الاضلاع بن
گئی جو مثلث ج کے برابر ہے اور جس کا زاویہ اب م زاویہ
د کے برابر ہے
اور یہی مطلوب تھا۔

پینتالیسویں شکل - سوال

ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع
بناؤ جو شکل مستقیمۃ الخطوط مفروض
کے برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ
زاویۂ مستقیمۃ الخطین مفروضہ کے
برابر ہو۔

فرض کرو اب ج د شکل مستقیم الخطوط مفروض ہے اور ی
زاویہ مستقیمۃ الخطین مفروضہ
ہم چاہتے ہیں کہ ایسی سطح متوازی الاضلاع بنائیں جو شکل اب ج د
کے برابر ہو اور
جس کا ایک زاویہ
زاویہ ی کے برابر
ہو

ل غ ن د ا ی م ہ س ج ب

د ب کو ملاؤ
ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع ف ہ بناؤ جو مثلث ا د ب کے

برابر ہو
اور جس کا ایک زاویہ ف ب ق ہ زاویہ ی کے برابر ہو (م ا ش ۲۴)
خطِ مستقیم غ ہ پر ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع غ م بناؤ جو مثلث د ب ج کے برابر ہو اور جس کا زاویہ غ ہ م زاویہ ی کے برابر ہو (م ا ش ۴۴)
تو شکل ف ق م ل ویسی ہی سطح متوازی الاضلاع ہو گی جیسی مطلوب ہے
چونکہ زاویہ ی زاویوں ف ق ہ اور غ ہ م میں سے ہر ایک کے برابر ہے
اس لئے زاویہ ف ق ہ زاویہ غ ہ م کے برابر ہے
ان مساویوں پر زاویہ ق ہ غ زیادہ کرو
تو زاویہ ف ق ہ اور ق ہ غ زاویوں ق ہ غ اور غ ہ م کے برابر ہوئے
لیکن ف ق ہ اور ق ہ غ دو قائموں کے برابر ہیں (م ا ش ۲۹)
اس لئے ق ہ غ اور غ ہ م بھی دو قائموں کے برابر ہیں
اور چونکہ دو خطِ مستقیم ق ہ اور ہ م خطِ مستقیم غ ہ سے نقطہ ہ پر مقابل سمتوں سے ملکر متصلے زاویے دو قائموں کے برابر پیدا کرتے ہیں
اس لئے ہ ق اور ہ م سیدھ میں ہیں (م ا ش ۱۴)
اور چونکہ خط ہ غ متوازی خطوں ق م اور ف غ سے ملتا ہے

اس لیے زاویہ م ہ ع زاویۂ متبادلہ ہ ع ف کے برابر ہے
(م اش ۲۹)
ان مساویوں پر زاویہ ہ ع ل زیادہ کرو
تو زاویے م ہ ع اور ہ ع ل زاویوں ہ ع ف اور ہ ع ل
کے برابر ہوئے
لیکن زاویے م ہ ع اور ہ ع ل دو قائموں کے برابر ہیں
(م اش ۲۹)
اس لئے زاویے ہ ع ف اور ہ ع ل بھی دو قائموں کے
برابر ہوئے
اور اسی سبب سے ف ع اور ع ل سیدھ میں ہوئے
(م اش ۱۴)
اور چونکہ ق ف ہ ع کا اور ہ ع م ل کا متوازی ہے
اس لئے ق ف م ل کا متوازی ہوا (م اش ۳۰)
اور ق م ف ل کا متوازی ثابت ہو چکا ہے
اس لئے شکل ف ق م ل متوازی الاضلاع ہے
اور چونکہ مثلث ا ب د سطح متوازی الاضلاع ہ ف کے
اور مثلث ب د ج متوازی الاضلاع ع م کے برابر ہے تالاضلاع
اسلئے پوری شکل مستقیم الخطوط ا ب ج د پوری سطح متوازی الا
ق ف ل م کے برابر ہوئی
پس ق ف ل م ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بن گئی جو شکل
مستقیم الخطوط بمفروض ا ب ج د کے برابر ہے اور جس کا زاویہ
ف ق م زاویۂ مفروضہ ی کے برابر ہے

اور یہی مطلوب تھا۔

حاصل۔

بیان گزشتہ سے خط مستقیم مفروض پر بھی ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع کے بنانے کا طریق معلوم ہو گیا جس کا ایک زاویہ زاویہ مستقیمۃ الخطین مفروضہ کے برابر ہو اور جو خود شکل مستقیم الخطوط کے برابر ہو

یعنی خطِ مفروض پر ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بناؤ جو پہلے مثلث یعنی ا ب د کے برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ زاویۂ مفروضہ کے برابر ہو۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ الخ

چھیالیسویں شکل۔ سوال

خطِ مستقیم مفروض پر مربع بناؤ

فرض کرو ا ب خطِ مستقیم مفروض ہے
ہم چاہتے ہیں ا ب پر مربع بنائیں

ج
د ی
ا ب

نقطہ ا سے اج اب پر
قائمہ بناتا ہوا کھینچو
(م ا ش ۱۱)
اد اب کے برابر بناؤ (م ا ش ۳)

نقطہ د سے دی اب کا متوازی کھینچو (م ا ش ۳۱)
اور نقطہ ب سے ب ی ا د کا متوازی کھینچو
اس لئے اب ی د سطح متوازی الاضلاع ہے
اس واسطے اب دی کے برابر ہے اور ا د ب ی کے (م ا
ش ۳۴)
مگر ب ا ا د کے برابر ہے
اس لئے چاروں خط ب ا اور ا د اور د ی اور ی ب باہم
برابر ہیں
اور متوازی الاضلاع ا د ی ب متساوی الاضلاع ہے
اور اس کے سب زاوئے بھی قائمے ہیں
چونکہ ا د متوازی خطوں اب اور د ی سے ملتا ہے
اس لئے زاوئے ب ا د اور ا د ی دو قائموں کے برابر ہیں
(م ا ش ۲۹)
لیکن ب ا د قائمہ ہے (عملاً)
اس لئے ا د ی بھی قائمہ ہوا
لیکن سطح متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاوئے برابر ہوتے
ہیں (م ا ش ۳۴)
اس لئے مقابل کے زاویوں اب ی اور ب ی د میں سے
ہر ایک قائمہ ہے
اس لئے شکل ا د ی ب قائم الزوایا ہے
اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ وہ متساوی الاضلاع بھی ہے
پس شکل ا د ی مربع ہے (حد ۳۰)

اور یہی مطلوب تھا۔

حاصل.

بیان گزشتہ سے خط مستقیم مفروض پر بھی ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع کے بنانے کا طریق معلوم ہو گیا جس کا ایک زاویہ زاویۂ مستقیمۃ الخطین مفروضہ کے برابر ہو اور جو خود شکل مستقیم الخطوط کے برابر ہو
یعنی خط مفروض پر ایک ایسی سطح متوازی الاضلاع بناؤ جو پہلے مثلث یعنی اب د کے برابر ہو اور جس کا ایک زاویہ زاویۂ مفروضہ کے برابر ہو............................. الخ

چھیالیسویں شکل سوال

خط مستقیم مفروض پر مربع بناؤ

فرض کرو اب خط مستقیم مفروض ہے
ہم چاہتے ہیں اب پر مربع بنائیں

ج

ی د

ب ا

نقطہ ا سے اج اب پر
قائمے بناتا ہوا کھینچو
(م ا ش ۱۱)
اد اب کے برابر بناؤ (م ا ش ۳)

نقطہ د سے دی اب کا متوازی کھینچو (م ا ش ۳۱)
اور نقطہ ب سے بی اد کا متوازی کھینچو
اس لئے اب ی د سطح متوازی الاضلاع ہے
اس واسطے اب دی کے برابر ہے اور اد بی کے (م ا
ش ۳۴)
مگر ب ا اد کے برابر ہے
اس لئے چاروں خط ب ا اور اد اور دی اور بی ب باہم
برابر ہیں
اور متوازی الاضلاع ادی ب متساوی الاضلاع ہے
اور اس کے سب زاوئے بھی قائمے ہیں
چونکہ اد متوازی خطوں اب اور دی سے ملتا ہے
اس لئے زاوئے ب اد اور ادی دو قائموں کے برابر ہیں
(م ا ش ۲۹)
لیکن ب اد قائمہ ہے (عملاً)
اس لئے ادی بھی قائمہ ہوا
لیکن سطح متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاوئے برابر ہوتے
ہیں (م ا ش ۳۴)
اس لئے مقابل کے زاویوں اب ی اور ب ی د میں سے
ہر ایک قائمہ ہے
اس لئے شکل ادی ب قائم الزوایا ہے
اور یہ ثابت ہو چکا ہے کہ وہ متساوی الاضلاع بھی ہے
پس شکل ادی مربع ہے (حد ۳۰)

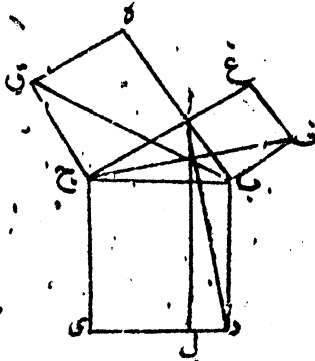
اور وہ خط مستقیم اب پر بن گیا ہے
اور یہی مطلوب تھا ✣

حاصل

جس سطح متوازی الاضلاع کا ایک زاویہ قائمہ ہو اس کے سب زاویے قائمے ہوتے ہیں

سینتالیسویں شکل مسئلہ

کسی مثلث قائم الزاویہ میں اس ضلع کا مربع جو قائمے کے مقابل ہے ان ضلعوں کے مربعوں کے برابر ہوتا ہے جو قائمے کے محیط ہیں

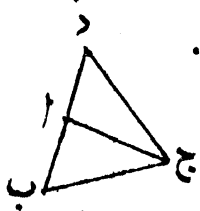
فرض کرو اب ج مثلث قائم الزاویہ ہے جس کا زاویہ باج قائمہ ہے

تو ضلع ب ج کا مربع ضلعوں اب اور اج کے مربعوں کے برابر ہوگا۔

ہ ج پر مربع ب د ی ج بناؤ (م ا ش ۴۶)
اور ب ا اور ا ج پر مربع غ ب اور ہ ج بناؤ
نقطہ ا سے ا ل خط مستقیم ب د یا ج ی کا متوازی کھینچو (م ا
ش ۳۱)
اور ا د اور ف ج کو ملاؤ
چونکہ زاویہ ب ا ج قائمہ ہے (فرضاً)
اور زاویہ ب ا غ بھی قائمہ ہے (حد ۳۰)
تو خطِ مستقیم ا ج اور ا غ خطِ مستقیم ا ب کے نقطہ ا پر متقابل
سمتوں سے ملکر متصلے زاویے دو قائموں کے برابر پیدا کرتے
ہیں اس لئے ج ا اور ا غ سیدھ میں ہیں (م ا ش ۱۴)
اسی دلیل سے ب ا اور ا ہ بھی سیدھ میں ہیں
اور چونکہ زاویوں د ب ج اور ف ب ا میں سے ہر ایک قائمہ ہے
اس لئے دونو باہم برابر ہیں
ان مساویوں پر زاویہ ا ب ج زیادہ کرو
اس لئے پورا زاویہ د ب ا پورے زاویے ف ب ج کے برابر
ہے (علم ۲)
اور چونکہ دو ضلعے ا ب اور ب د دو ضلعوں ف ب اور ب ج کے
اپنی اپنی نظیر کے برابر ہیں
اور بعد میانی زاویہ ا ب د درمیانی زاویے ف ب ج کے برابر
ہے
اس لئے قاعدہ ا د قاعدہ ف ج کے برابر ہوا (م ا ش ۴)
اور مثلث ا ب د مثلث ف ب ج کے

لیکن سطح متوازی الاضلاع ب ال مثلث ا ب د سے دوچند ہے
(م ا ش ۴۱)
کیونکہ وہ دونو ایک ہی قاعدہ ب د پر ایک ہی متوازی خطوں
ب د اور ا ل کے درمیان واقع ہیں۔
اور مربع غ ب مثلث ف ب ج سے دوچند ہے
کیونکہ یہ دونو بھی ایک ہی قاعدہ ف ب پر ایک ہی متوازی
خطوں ف ب اور غ ج کے درمیان واقع ہیں
لیکن جو چیزیں ایک ہی چیز سے دوچند ہوں وہ آپس میں
برابر ہوتی ہیں (علم ۶)
اس لئے متوازی الاضلاع ب ل مربع غ ب کے برابر ہے
اسی طرح ا ی اور ب ق کے ملانے سے ثابت ہو سکتا ہے کہ
متوازی الاضلاع ج ل مربع ہ ج کے برابر ہے
اس لئے پورا مربع ب د ی ج دو مربعوں غ ب اور ہ ج کے
برابر ہوا
اور ب د ی ج خط مستقیم ب ج کا مربع ہے
اور غ ب اور ہ ج ا ب اور ا ج کے مربعے ہیں
اس لئے ضلع ب ج کا مربع ضلعوں ا ب اور ا ج کے مربعوں کے
برابر ہوا
پس مثلث قائم الزاویہ میں .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

اڑتالیسویں شکل۔ مسئلہ

اگر مثلث کے ایک ضلع کا مربع باقی دو
ضلعوں کے مربعوں کے برابر ہو تو ان دونو
ضلعوں کا درمیانی زاویہ قائمہ ہو گا۔

فرض کرو مثلث ا ب ج کے ایک ضلع ب ج کا مربع۔ باقی دو
ضلعوں ا ب اور ا ج کے مربعوں کے برابر ہے
تو زاویہ ب ا ج قائمہ ہوگا

نقطہ ا سے ا د ا ج پر قائمہ
بناتا ہؤا کھینچو (م اش ۱۱)
ا د ا ب کے برابر بناؤ (م اش ۳
اور د ج کو ملاؤ
تو چونکہ ا د ا ب کے برابر ہے
اس کے لئے ا د کا مربع ا ب کے مربع کے برابر ہے
ان مساویوں پر ا ج کا مربع زیادہ کرو
تو ا د اور ا ج کے مربعے ا ب اور ا ج کے مربعوں کے برابر
ہیں۔
لیکن ا د اور ا ج کے مربعے د ج کے مربع کے برابر ہیں (م ا
ش ۴۷)
کیونکہ زاویہ د ا ج قائمہ ہے
اور ب ج کا مربع ب ا اور ا ج کے مربعوں کے برابر

ہے (فرضاً)
اس لئے دج کا مربع بج کے مربع کے برابر ہے
اور اس لئے ضلع دج ضلع باج کے برابر ہے
اور چونکہ ضلع اد ضلع اب کے برابر ہے
اور اج دو مثلثوں داج اور باج میں مشترک ہے
تو دو ضلعے دا اور اج دو ضلعوں با اور اج کے اپنی اپنی
نظیر کے برابر ہیں
اور قاعدہ دج قاعدہ بج کے برابر ثابت ہو چکا ہے
اس لئے زاویہ داج زاویہ باج کے برابر ہے (م ا ش ۸)
لیکن داج قائمہ ہے
اس لئے باج بھی قائمہ ہوا (علم ۱۱)
پس اگر مثلث کے ایک ضلع کا مربع .... الخ
اور یہی مقصود تھا۔

نئی شکلیں

جو پہلے مقالے سے متعلق ہیں

۱ ایک ایسا مثلث متساوی الساقین بناؤ جس کی ہر ایک ساق قاعدے سے دوچند ہو۔

۲ اگر پانچویں شکل میں خطِ مستقیم بغ اور جف نقطہ ہ پر تقاطع کریں اور اہ ملایا جائے تو یہ خط زاویہ باج کی تنصیف کریگا۔

۳ مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع اور دوسرے ضلع اور

وتر فائمے کا مجموعہ معلوم ہے مثلث بناؤ ؟

۴ خط مستقیم جو مثلث کے راس سے زاویے کی تنصیف کرتا ہے اگر قاعدے کی بھی تنصیف کرے۔ تو وہ مثلث متساوی الساقین ہے ؟

۵ خط مستقیم مفروض کی تثلیث کرو ؟

۶ ثابت کرو کہ تین خط مستقیم جو مثلث کے زاویوں کی تنصیف کرتے ہیں۔ ایک ہی نقطے پر ملینگے ؟

۷ تین خط مستقیم ایک نقطے پر ملتے ہیں۔ ایک خط ان تینوں سے تقاطع کرتا ہوا ایسا کھینچو کہ پہلے اور دوسرے کے درمیان جو حصہ واقع ہو۔ وہ اُس حصے کے برابر ہو جو دوسرے اور تیسرے کے درمیان واقع ہو ؟

۸ اگر اب اور دج دو متساوی متوازی خط مستقیم ہوں تو ثابت کرو کہ اج اور ب د جو ان کے مقابل کی حدوں میں ملائے گئے ہیں۔ نقطۂ تقاطع پر نصف ہو جائینگے اور بتاؤ کہ کس صورت میں یہ دونو خط برابر ہونگے ؟

۹ نقطۂ مفروضہ سے ایسا خط مستقیم کھینچو جو دو مفروض مستقیم خطوں سے برابر زاویے پیدا کرے ؟

۱۰ اگر ایک مثلث متساوی الساقین اور سطح قائم الزوایا دونو باہم برابر ہوں اور ان کے ارتفاع بھی مساوی ہوں تو ثابت کرو۔ کہ مثلث کے ضلعوں کا مجموعہ سطح کے ضلعوں کے مجموعے سے بڑا ہوگا ؟

۱۱ مثلث قائم الزاویہ اب ج کے وتر قائمہ اب میں ایک ایسا

نقطہ د دریافت کرو۔ کہ د ب اُس عمود کے برابر ہو جو نقطہ
د سے اج پر ڈالا جاوے ٭

۱۲ اگر چار خط مستقیم ایک ہی نقطے پر مخالف سمتوں سے اس
طرح ملیں کہ مقابل کے زاویئے باہم برابر ہوں۔ تو ان
خطوں میں سے مقابل کے دو دو باہم سیدھ میں ہونگے

۱۳ ایک نقطۂ مفروضہ سے جو ایک مثلث مفروض کے کسی
ضلع پر ہو۔ ایسا خط مستقیم کھینچو جو اس مثلث کی تنصیف
کر دے ٭

۱۴ اگر کسی مثلث کے دو خارج زاویئے دو خطوں سے تنصیف
کئے جائیں اور یہ دو خط بڑھائے جائیں اور اُن کے نقطۂ
تقاطع اور راس مثلث میں ایک خط ملایا جائے۔ تو اُس
خط سے زاویۂ راس کی تنصیف ہو جائیگی ٭

۱۵ ایک زاویۂ اور اُس کے مقابل کا ضلع اور باقی ضلعوں
کا مجموعہ معلوم ہے۔ مثلث بناؤ ٭

۱۶ خطِ مستقیم جو کسی مثلث کے دو ضلعوں کی تنصیف کرتا ہے
تیسرے ضلع کے نصف کے برابر ہوتا ہے ٭

۱۷ سطح متوازی الاضلاع مفروض کے برابر ایک معین بناؤ ٭

۱۸ مثمن کے زاویئے کی کیا مقدار ہوتی ہے ؟

۱۹ اگر ایک ہی قاعدے پر ایک ہی سمت میں کئی برابر مثلث
واقع ہوں۔ تو اُن کے راسوں میں جو خط ملایا جائیگا وہ
خطِ مستقیم اور قاعدے کے متوازی ہوگا ٭

۲۰ اگر ایک مثلث میں کسی زاویئے سے اوس کے مقابل کے ضلع

پر عمود ڈالیں - تو باقی دو ضلعوں کے مربعوں کا حاصل تفریق ان دونو مربعوں کے حاصل تفریق کے برابر ہوگا جن کا ایک ایک ضلع قاعدے کے دونو زاویوں سے ہو تع عمود تک لیا جائے ہے

۲۱ ایک ایسا مربع بناؤ جو دو مفروض مربعوں کی حاصل تفریق کے برابر ہو ہے

۲۲ اگر مثلث متساوی الاضلاع کے تینوں ضلعوں کو تنصیف کرکے نقاط تنصیف میں خط وصل کریں - تو جو مثلث ان خطوں سے پیدا ہوگا - وہ بھی متساوی الاضلاع ہوگا اور مثلث مفروض کا چوتھائی ہوگا ہے

۲۳ ایک خط مفروض میں ایسا نقطہ دریافت کرو کہ اگر دو مفروض خطوں سے اس نقطے میں خط ملائیں - تو یہ خط خطِ مفروض سے برابر زاویے پیدا کریں ہے

۲۴ اگر ایک سطح متوازی الاضلاع اب ج د کے قطر ب د میں نقطہ ی فرض کرکے ا ی اور ج ی ملائیں - تو ثابت کرو کہ مثلث د ی ب اور ج ی ب برابر ہونگے ہے

۲۵ مثلث کے تینوں ضلعوں کے مقام تنصیف معلوم ہیں مثلث بناؤ ہے

۲۶ دو خط اب اور ج د نقطہ ی پر تقاطع کرکے دو مثلث ا ی ج اور د ی ب برابر بناتے ہیں - تو ثابت کرو کہ ا د اور ب ج باہم متوازی ہیں ہے

۲۷ زاویۂ قائمہ کی تثلیث کرو ہے

۲۸ اگر مثلث متساوی الساقین کے قاعدے کے زاویوں سے دو متساوی ساقوں پر دو عمود کھینچے جائیں۔ تو قاعدے اور عمودسے درمیان کا ہر ایک زاویہ راس کے زاویے سے نصف ہوگا۔

۲۹ اگر کسی نقطہ مفروضہ ی سے ایک سطح قائم الزوایا اب ج د کے چاروں زاویوں میں خط ی ا اور ی د اور ی ج اور ی ب وصل کریں۔ تو ثابت کرو کہ ی ا اور ی ج کے مربعوں کا مجموعہ ی د اور ی ب کے مربعوں کے مجموعے کے برابر ہوگا۔

۳۰ ایک ایسا مثلث متساوی الساقین بناؤ جس کے راس کا زاویہ قاعدے کے ہر ایک زاویے سے چوگنا ہو۔